

Révisions Oraux

★ ★ ★

PC

Philippe Ribière

Année Scolaire 2012-2013

Table des matières

1	Conseils pour préparer l'oral	9
1.1	Conseils généraux	9
1.2	La question de cours.	10
1.3	L'exercice.	10
1.4	Le TP	11
1.5	Le TIPE	14
1.5.1	L'épreuve C (Candidat).	15
1.5.2	L'épreuve D (Dossier=ADS).	16
1.6	Les épreuves de motivation (E3A).	17
1.6.1	Entretien.	17
1.6.2	La lettre de motivation.	19
2	Electrocinétique.	21
2.1	Remarques spécifiques.	21
2.2	Questions de cours.	22
2.3	Circuit soumis à un échelon de tension.	22
2.4	Circuit soumis à un échelon de tension.	23
2.5	Circuit LC réel en signaux carrés.	23
2.6	Calcul du courant efficace dans un circuit.	24
2.7	Filtre R,L aux bornes de R	24
2.8	Montage pseudo-intégrateur.	24
2.9	Etude d'un filtre actif.	25
2.10	Diagramme de Bode	26
2.11	Analyse expérimentale	26
2.12	Justification du modèle de l'A.O. idéal.	26
2.13	Influence de la "charge" sur le filtre, montage suiveur.	28
2.14	Filtre actif du 2ème ordre de Sallen and Key.	30
2.15	Montage à résistance négative.	31
2.16	Effet des non linéarités sur le comportement de l'A.O.	31
2.17	Montage à 2 A.O. idéaux.	32
2.18	Montage à 3 AO	34
2.19	Circuit LC avec diode.	34
2.20	Etude du comparateur à hystérésis.	35

2.21	Etude d'un oscillateur à relaxation.	36
2.22	Le multivibrateur astable symétrique.	36
3	Mécanique.	39
3.1	Remarques spécifiques.	39
3.2	Questions de cours.	39
3.3	Expansion de l'Univers.	40
3.4	Masse ponctuelle et deux ressorts.	41
3.5	Condition de non décollement.	41
3.6	Création de vagues.	41
3.7	Mouvement d'une masse accrochée à un ressort	42
3.8	Erreur de satellisation.	42
3.9	Deux masses reliées par un fil.	42
3.10	Anneau sur une barre tournante.	43
3.11	Etude d'un équilibre relatif sur un cercle en rotation.	43
3.12	Référentiel géocentrique non galiléen : Force de marée.	43
3.13	Référentiel terrestre non galiléen : Définition du poids.	44
3.14	Influence de la force de Coriolis sur une moto.	44
3.15	Deux masses reliés par un ressort.	45
3.16	Etude d'un système d'étoile double.	45
3.17	Masses, ressort et plan incliné : Machine d'Atwood	45
3.18	Bille qui remonte sur plan incliné.	46
3.19	Pendule articulé.	46
3.20	Bille dans un bol.	46
3.21	Oscillateur à ressort.	47
3.22	Couteau immobile sur un bol.	47
3.23	Petite bille sur une grande bille.	47
3.24	Barre sur deux rouleaux tournants : expérience de Timochenko	47
3.25	Singe sur une perche.	48
3.26	Onde dans la corde de Melde	49
3.27	Corde vibrante conductrice.	49
3.28	Description Eulérienne et Lagrangienne.	49
3.29	Cinématique des fluides.	50
3.30	Vitesse dans un convergent.	50
3.31	Ecoulement non stationnaire compressible.	50
3.32	Ecoulement caractérisé par son champ de pression.	50
3.33	ARQS et vidange de Torricelli	51
3.34	Vidange.	51
3.35	Ecoulement dans une seringue.	51
3.36	Tube en rotation.	52
3.37	Tube en L.	52
3.38	L'eau du robinet.	52
3.39	Cheminée.	53

3.40	Force de l'eau sur une péniche.	53
3.41	Écoulement du pétrol.	54
3.42	Parachutisme.	54
3.43	Force de poussée d'une fusée.	54
3.44	Chariot propulsé.	54
3.45	Tube coudé	55
3.46	Oscillations dans un baromètre au mercure.	55
3.47	L'eau du moulin.	55
3.48	Violon	56
3.49	Piano	56
3.50	Onde acoustique dans l'eau	56
3.51	Expérience avec un diapason.	56
3.52	Guitare	56
3.53	Câble coaxial	57
3.54	Câble dispersif.	57
3.55	Onde sonore.	58
4	Optique.	59
4.1	Remarques spécifiques.	59
4.2	Questions de cours.	59
4.3	L'illusion du baromètre de mercure.	60
4.4	Réflexion et réfraction sur un milieu dispersif.	60
4.5	Méthode de Bessel.	61
4.6	Doublet de lentille.	61
4.7	Utilisation d'une loupe.	62
4.8	Lunette de Galilée.	62
4.9	Microscope.	63
4.10	Objet étendu à l'infini et miroir sphérique.	63
4.11	Cavité optique confocale.	64
4.12	Étude du dispositif des fentes d'Young avec une source S non ponctuelle.	64
4.13	Étude du dispositif des fentes d'Young avec une source S non monochromatique.	65
4.14	Trois fentes d'Young	65
4.15	Interféromètre de Michelson en lame d'air.	65
4.16	Rayon des anneaux d'une lame d'air	66
4.17	Michelson en coin d'air.	66
4.18	Franges de coin d'air	66
4.19	Nombre d'anneaux visibles dans le Michelson	66
4.20	Interférence à N ondes : le Fabry Perrot	67
4.21	Filtre interférentiel : interférences à ondes multiples.	67
4.22	Le réseau.	69
4.23	Étude expérimentale d'un filtre jaune.	70
4.24	Étude de la longueur de cohérence.	71
4.25	Indice de l'air.	72

4.26	Indice d'une lame.	72
4.27	Réseau utilisé en spectromètre.	73
4.28	Séparation du doublet du sodium par un réseau.	73
4.29	Eclairement diffracté par un cheveu de largeur e	73
4.30	Interprétation de la figure d'éclairement.	74
4.31	Ouverture transparente.	74
4.32	Figure de diffraction.	75
4.33	Pupille de l'oeil.	75
4.34	Radar embarqué dans un avion.	75
5	Electromagnétisme.	77
5.1	Remarques spécifiques.	77
5.2	Questions de cours.	77
5.3	Condensateur cylindrique.	78
5.4	Le tunnel de la taupe.	78
5.5	Distribution volumique de courant.	79
5.6	Distribution surfacique de courant.	79
5.7	Distribution de charge et courant.	79
5.8	Sphère radioactive pulsante.	80
5.9	Champ dans un condensateur.	80
5.10	OPPH PR	81
5.11	OPPH PC	81
5.12	OPPH	81
5.13	Guide d'onde.	81
5.14	Etude d'une interface.	82
5.15	Onde électromagnétique	82
5.16	Traitement de surface.	82
5.17	Induction dans un cadre.	83
5.18	Roue de Barlow	84
5.19	Inductance.	85
5.20	Rail de Laplace	85
5.21	Rail de Laplace fermé sur C.	85
5.22	Disque de Faraday.	86
5.23	Modèle de caténaire.	87
6	Thermodynamique.	89
6.1	Remarques spécifiques.	89
6.2	Questions de cours.	89
6.3	Gaz dans un piston de masse non négligeable.	90
6.4	Moteur Diesel.	90
6.5	Climatiseur.	90
6.6	Un problème de robinet.	91
6.7	Fonte d'un glaçon.	91

6.8	Diffusion des neutrons dans le Bore.	92
6.9	Diffusion et relation d'Einstein	92
6.10	Température entre deux barres	92
6.11	Onde thermique dans le sol.	92
6.12	Sédimentation.	93
6.13	Neutrons et plutonium.	93
6.14	Diffusion dans un gaz.	94
6.15	Refroidissement d'une pièce.	94
6.16	Diffusion d'un échelon	95
6.17	Contact entre deux solides via une barre.	95
6.18	Diffusion dans un tore.	96
6.19	Chaleur produite lors d'une réaction nucléaire.	96
6.20	Fusible.	97
6.21	Gel d'un lac	97

Chapitre 1

Conseils pour préparer l'oral

1.1 Conseils généraux

Extrait du rapport de Jury : "Comme son nom l'indique, le temps de préparation doit être utilisé pour préparer l'ensemble du sujet proposé et réfléchir aux questions posées : faire à fond les calculs correspondant à une partie du sujet n'est pas souhaitable pendant cette période, il faut au contraire réfléchir au sens physique et à la manière de conduire l'exposé. Au cours de la partie orale, les candidats doivent s'attacher à présenter en quelques mots la situation décrite dans l'exercice et résumer la démarche envisagée dans la solution. Ils doivent spontanément équilibrer la durée passée pour chaque question : il ne s'agit pas de traiter lentement la première partie pour retarder la solution de la suivante, plus délicate. (...) Les exercices sont en général conçus pour être progressifs et les candidats ne devraient pas s'attarder inutilement à la résolution de la première question ! Ecrire toute la solution au tableau est également une méconnaissance totale du terme "oral" ; après la phase de préparation, l'oral est une épreuve d'échange entre l'examineur et le candidat. (...) Une analyse physique ou un commentaire nécessite autant de rigueur qu'un calcul. Le raisonnement doit être exempt d'ambiguïté et se référer à des lois physiques précises. La réponse doit être claire et concise et dégager des idées maîtresses. (...) Dans le même ordre d'idée, il est souhaitable de s'entraîner à juger la pertinence d'une valeur numérique"

Quelques conseils de bon sens (dont il faut user à l'oral) :

1. Arriver à l'heure, correctement et simplement vêtu.
2. Ne pas négliger les premiers contacts et les formules de politesse usuelles : bonjour, merci... : "saluer l'examineur relève des règles de politesse, encore en usage nous semble-t-il (près de la moitié des candidats ne saluent pas en entrant dans la salle d'interrogation). Par ailleurs, on préférera la formule "Bonjour Monsieur, ou Madame" au "Bonjour" trop familier des vedettes du petit écran. La tenue vestimentaire correcte tient de la même règle, surtout pour de futurs cadres supérieurs".
3. Se motiver et faire sentir sa combativité pour défendre sa place et son avenir... mais sans brusquer l'interrogateur qui a déjà interrogé trois cents candidats avant vous. L'écrit ayant déjà son rôle d'élimination, vous avez maintenant toutes vos chances. Il faut y croire.

4. Il s'agit d'un oral donc l'examineur peut rester muet mais il peut aussi poser une question (qui est souvent une indication déguisée). Tenez en compte, réfléchissez à son propos et "discutez" avec lui. Montrez sa réactivité est essentiel.
5. Bien tenir le tableau, propre et structuré. N'hésiter pas à diviser le tableau en colonnes.
6. Eviter de s'adresser au tableau, l'examineur est là : « Que penser de certains qui font des calculs au tableau en prenant soin de tourner le dos à l'examineur, en lui masquant les calculs et en les commentant à voix basse de manière rigoureusement incompréhensible. Il serait de combien préférable que le candidat présente le problème, la méthode choisie sans qu'il soit nécessaire de lui demander "quelle méthode avez-vous choisie" ainsi l'examineur peut suivre facilement le déroulement du calcul et réorienter rapidement le candidat si nécessaire ».
7. Faire des phrases complètes avec verbe et sujet. La qualité de l'expression oral est aussi "implicitement" évaluée. Le Jury sanctionne "les exposés inaudibles, les figures incomplètes"
8. Ne pas rester blanc et muet devant le tableau même si vous êtes un peu sec. Sans en faire trop, vous pouvez essayer d'engager un dialogue avec l'examineur. Posez-lui les questions qui vous préoccupent : il est là pour apprécier celles-ci et en tenir compte. On évitera néanmoins de solliciter l'avis de l'examineur après chaque réponse.
9. "Il faut proscrire tout ce qui peut laisser croire à de la désinvolture, celle-ci étant souvent signe d'imprécision et de manque de rigueur. ainsi, par exemple, ne jamais tracer de courbe sans préciser les axes, les grandeurs en abscisses et en ordonnées."
10. Connaître les constantes universelles : "Il est étonnant que des candidats ingénieurs ne connaissent pas les valeurs usuelles telles que : masse volumique de l'eau, pression atmosphérique normale, permittivité du vide, vitesse de la lumière dans le vide, perméabilité,... ". D'un autre rapport de la même année : " ...le domaine du spectre visible, la conductivité du cuivre, l'indice de réfraction de l'eau, ...la masse d'un électron, sa charge, la distance Terre-Lune, etc." Certes, certes mais où est la limite ? Si une donnée vous manque (les mettre dans la calculatrice...), dites que vous avez un trou de mémoire, car il est difficile de savoir ce qui doit être connu de ce qui ne doit pas l'être.

1.2 La question de cours.

Ici plus que des conseils, il s'agit de la démarche à suivre pour exposer vos résultats.

1. Rappeler l'énoncé de la question de cours tel que posé dans l'énoncé.
2. Proposer le plan de travail et être très précis
3. Mettre en avant les principes généraux et lois fondamentales en précisant le cadre de validité.
4. Application et/ou intérêt

1.3 L'exercice.

1. Rappeler en deux mots le thème de l'exercice.

2. Si besoin dans l'exercice (c'est une étape difficile, présente uniquement aux oraux plus sélectifs...), proposer une modélisation de la situation avec les approximations légitimes.
3. Préciser les lois physiques à utiliser ainsi que leur cadre de validité ; si vous faites un choix dans les lois (exemple glissement/ non glissement en mécanique du solide), justifier le en insistant sur les éléments de l'énoncé qui vous poussent à ce choix.
4. Faire les calculs...jusqu'au bout, ni trop vite ni trop lentement ; être clair ; A noter : "une exploitation plus judicieuse du temps de préparation permettrait aux candidats d'éviter de tout écrire au tableau en particulier d'abréger certains calculs intermédiaires qui sont souvent sans intérêt pour la description qualitative et quantitative du phénomène". Mon conseil, essayer de voir ce que souhaite l'examineur à ce sujet...
5. Pour les applications, les faire à la machine ou de tête pour les ordres de grandeur. "L'ordre de grandeur du résultat est plus important que la troisième décimale ; l'emploi d'une calculatrice n'est pas toujours indispensable, bien qu'il faille l'avoir sur soi."
"Pour les applications numériques, il convient de poser le calcul au tableau. En effet, les AN entrées directement dans la calculette produisent souvent des erreurs et surtout cela reste invérifiable par l'examineur."
6. Conclure votre exercice : c'est un retour à la physique. Commencer par vérifier l'homogénéité quand c'est "facile" et la pertinence du résultat ; prendre du recul ; généraliser ; rappeler un intérêt pratique si possible avec une "expérience personnelle de la vie de tous les jours".
"Il faut réagir devant un résultat absurde ; l'analyse dimensionnelle doit être spontanément utilisée pour tester la validité des relations obtenues. Il faut qu'elle entre dans les moeurs comme outil d'investigation d'un phénomène physique dont on connaît les grandeurs et constantes caractéristiques."

1.4 Le TP

"En tant qu'examineur, la qualité du travail d'un élève se juge sur l'exploitation des mesures et la compréhension du phénomène physique étudié. Malheureusement... Les calculs d'erreur, semblent être ignorés ... absence complète de barres d'erreur sur les courbes.

Pour les consignes, je vous renvoie au document de référence élaboré par Centrale.

Concours Centrale-Supélec

Mise en œuvre du cahier des charges de l'épreuve de TP de physique et de chimie au concours Centrale-Supelec

4 mai 2009

Lors d'une activité expérimentale, quatre compétences sont mobilisées.

- A. Comprendre : l'étudiant doit s'approprier la problématique du travail à effectuer et s'approprier l'environnement matériel (à l'aide de la documentation appropriée) afin de mettre en œuvre un protocole expérimental en respectant les règles de sécurité.
- B. Analyser : l'étudiant doit être capable de justifier ou de proposer un protocole, de justifier ou de proposer un modèle, de choisir et justifier les modalités d'acquisition et de traitements des mesures.
- C. Valider : l'étudiant doit être capable d'identifier les sources d'erreurs, d'estimer l'incertitude sur une mesure unique ou sur une série de mesures, de présenter les résultats finaux sous une forme cohérente avec le niveau de précision.
- D. Communiquer : l'étudiant doit être capable d'expliquer, de représenter, de commenter sous forme écrite et/ou orale, de formuler des conclusions. Il doit faire preuve d'écoute.

Ces compétences sont à valider à travers l'observation de savoir-faire observables qui constitueront les items de la fiche d'évaluation. Dans ce document, les savoir-faire sont illustrés par des exemples, qui ne constituent pas une liste exhaustive.

A Comprendre

Réaliser ou compléter un schéma permettant de mettre en œuvre le protocole expérimental.

- Placer sur un schéma les instruments et appareils nécessaires aux mesures demandées dans le protocole, en utilisant les normes de représentation en vigueur.
- Identifier les grandeurs physiques à mesurer.

Réaliser le montage ou le dispositif correspondant au protocole.

- Connaître et respecter les règles de sécurité.
- Organiser le poste de travail.
- Réaliser les montages usuels.

Mettre en œuvre le dispositif expérimental conformément au protocole.

- Mettre en œuvre un dispositif déjà prêt à fonctionner.
- Mettre en œuvre, avec l'aide d'instructions adaptées, des appareils de mesure.

Observer et décrire les phénomènes.

- Observer les phénomènes expérimentaux.
- Décrire, avec le vocabulaire approprié, les phénomènes.

Concours Centrale-Supélec

B Analyser

Proposer ou justifier un protocole, identifier les paramètres pertinents.

Élaborer, choisir et utiliser un modèle adapté.

Définir les conditions d'utilisation des instruments de mesure, réaliser et régler les dispositifs expérimentaux dans les conditions de précision correspondant au protocole.

- Prendre en compte l'étendue du ou des phénomènes, avoir une idée des ordres de grandeur.
- Choisir le nombre de points de mesure et choisir leur répartition.
- Effectuer le paramétrage de la chaîne de mesure et d'acquisition pour obtenir un enregistrement conforme au protocole.
- Élaborer un protocole de réglage du système et des instruments pour l'amener à un fonctionnement optimal et l'appliquer.
- Procéder à l'acquisition et à l'archivage de la ou des grandeurs physiques mesurées.

C Valider

Extraire des informations des données expérimentales et les représenter.

- Valeur maximale ou minimale, amplitude, période, décalage temporel entre deux signaux, point d'équivalence, rendement, etc.
- Pour un nuage de points répartis autour d'une droite moyenne, obtenir la droite moyenne et son équation.
- Transposer l'équation obtenue aux grandeurs physiques effectives.
- Préciser toutes les unités ainsi que les interprétations physiques du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine.
- Créer et représenter de nouvelles variables à partir des mesures effectuées.

Estimer l'incertitude d'une mesure ou d'une série de mesures.

- Dans le cas d'une mesure unique :
 - évaluer un ordre de grandeur de l'incertitude de la mesure,
 - exprimer le résultat sous la forme $y = \langle y \rangle \pm \Delta y$ en précisant les unités.
- Dans le cas d'une série de mesures :
 - procéder à un traitement statistique.

Confronter un modèle à des résultats expérimentaux.

- Vérifier la cohérence des résultats obtenus avec ceux attendus en théorie.

Analyser l'ensemble des résultats de façon critique et faire des propositions pour améliorer la démarche ou le modèle.

Concours Centrale-Supélec

D Communiquer

Écouter, assimiler.

- Comprendre les consignes données en début de séance.

Rendre compte de façon écrite.

- Transmettre de l'information de manière synthétique et structurée.
- Documenter les courbes et les tracés.
- Présenter les résultats numériques sous une forme adaptée.
- Décrire succinctement les protocoles non fournis par l'énoncé.

Rendre compte de façon orale.

- Transmettre de l'information de manière synthétique.
- Résumer sa démarche.

1.5 Le TIPE

Les épreuves sont des oraux qui se déroulent en deux fois 10 minutes. C'est une contrainte qu'il vous faut respecter. En effet, après 8 minutes, les candidats sont généralement prévenus qu'ils leur restent 2 minutes pour terminer.

L'utilisation du rétroprojecteur est importante :

”Il aide à structurer l'exposé, il aide à faciliter la compréhension et le suivi des auditeurs en complétant sans le remplacer, le verbe de l'auditeur, et enfin, il permet de gagner un temps précieux pour la description de graphes, schémas ou textes. Enfin la technique permet de regarder son auditoire et de faire un exposé vivant sans pour cela perdre le fil, s'embrouiller dans son plan et omettre des choses importantes.”

L'épreuve n'est pas

1. une évaluation des connaissances acquises dans chaque discipline du programme
2. une soutenance de thèse ou une agrégation : le pointu scientifique n'est pas l'objectif ;
3. une épreuve écrite, les écrits servent de base à l'exposé et aux dialogues
4. une prestation médiatique, ce n'est pas une performance d'acteur
5. une évaluation du lycée ou du tuteur ou de la quantité de moyens humains ou matériels qui ont été disponibles pour l'élève.

Par contre, l'épreuve a pour objectif d'apprécier et de noter les savoir-faire et les qualités cités plus haut. D'où les questions que se poseront les examinateurs :

1. comment à partir des connaissances du programme, l'élève a-t-il su trouver et exploiter une documentation "hors cours magistraux" ?
2. comment a-t-il choisi le sujet, et conduit son travail ? Quelles sont ses capacités d'analyse ?
3. a-t-il su allier rigueur et approche qualitative, "bon sens" et estimation des ordres de grandeur ?
4. a-t-il une vision globale et synthétique ? Sait-il replacer ses résultats dans leurs contextes ? Son travail a-t-il été l'occasion de rapprochements entre les diverses parties du programme ?

"Une prestation d'acteur ou d'orateur brillant ne saurait valoriser à elle seule un travail médiocre. L'élève maîtrise-t-il les moyens d'expression que sont sa voix, sa gestuelle, les supports qu'il utilise (tableau, transparents...) ? Sait-il parler et convaincre, écouter et dialoguer ?" (Attention cependant, la forme compte beaucoup dans cette épreuve d'oral, il faut s'entraîner !)

1.5.1 L'épreuve C (Candidat).

"Les transparents ne sont pas un luxe, ne serait ce que par respect pour les examinateurs, il faut les soigner. Il ne faut pas oublier qu'ils sont superposables, et que pour être lisibles, ils doivent contenir moins d'informations qu'une feuille de format A4. Il faut savoir aussi que les couleurs servent au repérage mais le vert n'est pas bien perçu par un pourcentage non négligeable de la population et qu'enfin, les candidats ont intérêt à veiller à la qualité de la projection de leurs documents (Mise au point optique du rétroprojecteur)."

"La plupart des candidats ont un transparent de plan (utile pour terminer l'introduction) et deux ou trois transparents de figures ou de résultats. Tous les candidats n'ont pas pris la peine de reprendre sur deux transparents les points essentiels de leur exposé, surtout pour les expérimentaux (simulation et informatique). Leur tendance à la lecture ou à la récitation des parties théoriques de leur exposé s'en trouve accentuée."

"Tout terme utilisé doit être compris même s'il fait appel à des notions hors programme. De même. Les jurys préfèrent entendre les candidats dire : "Je n'ai pas compris" plutôt qu'entendre une affirmation fallacieuse, bien qu'il ne faille abuser de ce type de réponse. Ainsi, initiative personnelle et originalité n'ont rien à voir avec la recherche de notions hors programme. En soi, le hors programme n'est pas un tabou, mais il est d'usage dangereux et doit être envisagé avec précaution. Il ne doit intervenir que si le candidat le juge indispensable pour éclairer le concept ou le cas qu'il a entrepris d'exposer."

La fiche synoptique

Le candidat rédige une fiche synoptique où figure une brève présentation de son travail de l'année destinée à l'information préalable du jury ou pour permettre au jury en fin de journée de ce resituer le sujet. Les informations portées sur une feuille précomposée, sont authentifiées par l'établissement où

l'étudiant effectue son TIPE et obligatoirement signée par son professeur. Cette fiche est apportée en double exemplaire par le candidat le jour de l'épreuve. Il y indique, outre un plan succinct qui révèle la démarche scientifique, la raison de son choix de TIPE en accord avec le thème, la bibliographie (qui ne saurait être une webographie), les personnes contactées (experts)...

1.5.2 L'épreuve D (Dossier=ADS).

Nature de l'épreuve.

Le dossier est constitué d'un document principal, éventuellement accompagné de quelques documents complémentaires : une courte note précisant bien ce que l'on attend du candidat se trouve également.

En général les dossiers que les candidats étudient, n'ont pas une provenance unique. Souvent, ils ont été construits autour d'un résultat précis, un phénomène à modéliser, un thème scientifique. Le style général de ces textes les rapproche des articles des revues scientifiques de grande diffusion supposant connu du lecteur un fond de culture scientifique qui est en gros inclus dans les programmes des CPGE. Cependant, ces articles s'adressent à plusieurs publics et comportent plusieurs niveaux de lecture. Le niveau de lecture le plus commun ne permet de retenir qu'une idée superficielle du texte. Dans les articles proposés. Un niveau intermédiaire a été choisi, un glossaire peut être utile dans le cas d'utilisation de termes nouveaux.

La taille du sujet est d'un maximum de 12 pages (textes, figures, glossaires compris) avec généralement un texte principal de 4 à 8 pages de longueur variable selon la difficulté et l'emploi d'annexes.

Le candidat qui ne comprend pas une partie du texte qui lui est proposé, peut la circonscrire et présenter la difficulté au jury avant de passer à d'autres aspects du texte.

Les pièges à éviter.

Il faut privilégier la compréhension globale du texte et éviter la fidélité servile. La plupart des candidats comprennent le texte ils sont donc jugés sur l'originalité de leur démarche. Celle-ci peut se manifester de diverses façons : changer le plan du texte, produire des exemples différents de ceux du texte, faire des commentaires et des figures données dans le texte sans beaucoup de commentaires, fournir des exemples d'utilisation ou un contexte non mentionné dans le texte, critiquer le texte.

Sachez que cultiver son originalité au détriment de la maîtrise est futile, l'initiative ne remplace pas le contenu scientifique. Il est imprudent d'utiliser des mots ou des notions dont on ignore le sens. Certaines déficiences constatées s'interprètent immédiatement en termes de manque de curiosité scientifique et en particulier de méconnaissance des aspects scientifiques et techniques des objets de la vie quotidienne.

Enfin, attention à la compilation, à une caricature de la leçon de chose. Un exposé trop complet ressemble à un article encyclopédique et ferme la discussion. De plus, le transport simple d'une information depuis la source jusqu'au jury ne constitue pas en soi une opération à valeur ajoutée, mais la collecte et le tri d'informations, leur recoupement, leur assemblage en tableaux comparatifs, la vérification de certains calculs, constituent des opérations rémunératrices.

Méthode conseillée.

Le candidat doit présenter succinctement le plan de son intervention en indiquant clairement à quel moment il va commenter tel ou tel aspect, à quel autre moment il va faire une analyse, une interprétation, une synthèse. Cela permet aux membres du jury de mieux comprendre sa démarche et surtout d'y adhérer.

Ensuite, le candidat doit développer son exposé en faisant ressortir ce qui lui paraît être novateur ou ce qui lui paraît ce que l'auteur du document a voulu mettre en avant. Pour cela, le candidat doit répondre à la question suivante : "qu'ai-je appris de nouveau à partir de ce texte?" Bien entendu, on ne demande pas au candidat qu'il en connaisse davantage que l'auteur, mais plutôt d'insister sur le caractère novateur du texte.

Il est inutile de reproduire les schémas du dossier. Puisque le jury a les mêmes documents. Il suffit de faire référence à la page et au numéro de la feuille.

"Pour la partie D, en effet, le candidat ne connaît pas parfaitement le sujet qu'il n'a eu que deux heures pour découvrir. De plus, il ne dispose pas du support de la fiche synoptique pour son plan. Le candidat pensera aussi, non pas à reproduire le schéma du texte en décalquant, mais en extrayant les aspects essentiels qu'il commentera et montrera ainsi d'emblée, qu'il a compris le sujet."

Enfin, une conclusion doit être proposée, aussi bien dans les faits que dans le ton. Pour indiquer aux examinateurs que l'exposé est terminé.

1.6 Les épreuves de motivation (E3A).

1.6.1 Entretien.

Certaines Ecoles, à l'issue des épreuves écrites mettent en place un entretien de motivation. Il ne s'agit pas d'une épreuve orale au sens traditionnel du terme : ce n'est pas une épreuve de discipline de fonds. Ici, il est question de parler de sa motivation, d'indiquer ses goûts, de préciser les raisons pour lesquelles on a choisi telle ou telle filière, telle ou telle Ecole. En bref, une occasion pour se vendre et se rendre compte de ses facilités ou de ses difficultés non d'expression seulement, mais aussi de parole, tant dans le dialogue que dans le monologue.

Quelles sont les qualités les plus appréciées ?

La rapidité de réaction, la décontraction maîtrisée, les références culturelles, l'ordre et l'imagination, la fluidité et la correction de la langue, l'aisance, la diplomatie, l'adaptabilité, la sincérité, enfin l'humour (car il en faut).

Comment se préparer ?

D'abord en étant à l'écoute de l'information pour montrer que durant la préparation au concours, vous n'étiez pas au séminaire ou en conclave (ou en apnée), isolé du monde : connaître les événements qui ont marqué le monde et le pays et ce que l'on peut en penser.

Il faut bien répondre et le faire honnêtement aux questions posées, ne jamais affabuler ou monter son

propre cinéma, car le jury s'en rend bien compte. Si le jury vous demande de parler de vous, soyez sincère et répondez des choses pertinentes. Si on vous demande de parler du métier d'ingénieur, soyez simple, quitte à montrer vos limites.

Enfin, lisez les plaquettes que les Ecoles distribuent généreusement car les examinateurs apprécieront votre culture et votre intérêt.

Lors de l'entretien...

Si vous avez intérêt à laisser à l'interviewer l'initiative d'engager la conversation, vous aurez par la suite à intervenir. Après quelques minutes, vous devrez en effet commencer à vous "vendre", à marquer des points. Une faute grave serait cependant d'interrompre votre interlocuteur. Aussi, soyez clair et concis. Ne répondez pas aux questions en plus de deux minutes (d'ailleurs, il va vous interrompre). Et si une question vous embarrasse, vous paraît vague ou ambiguë, n'hésitez pas à demander des explications.

Dès que vous avez l'impression que l'entretien va se terminer, résumez quelques-uns de vos principaux atouts.

Voici quelques questions régulièrement posées en entretien qui peuvent destabiliser ?

1. Parlez-moi de vous.
2. En quoi notre Ecole vous intéresse-t-elle ?
3. Pourquoi ce choix ? Est-il fait par défaut ?
4. Quels sont vos ambitions et vos objectifs à long terme ?
5. Quels sont vos points forts et vos points faibles ?
6. Quelles sont vos lectures ?
7. Quels sont vos hobbies ?
8. Avez-vous des questions ?

En résumé...

L'essentiel est d'être bien dans sa peau, d'être authentique et spontané, ni trop sûr de soi, ni se dévaloriser. Le candidat doit rester lui-même, il ne doit pas jouer un rôle et vouloir se vendre à tout prix. Il doit rester humble et reconnaître le fait qu'il ne peut pas tout savoir. Tout en gardant son calme, le candidat doit convaincre son interlocuteur qu'il est motivé.

L'interviewer perçoit très vite la personnalité du candidat à sa façon de dire bonjour, de serrer la main et de s'asseoir sur la chaise. Le candidat doit donc veiller à être le plus naturel possible.

Certaines questions déroutantes permettent à l'intervieweur de tester votre personnalité. Il faut donc s'y préparer. Quant à la question piège vous demandant de parler de vous, je conseillerais au candidat d'interroger son interlocuteur pour savoir ce qu'il veut entendre et de préparer son scénario. On n'oubliera pas de préciser les talents exercés lors d'une activité extra-professionnelle, bref ajouter une touche personnelle à son récit.

1.6.2 La lettre de motivation.

Votre C.V. et votre lettre de candidature constituent le plus souvent votre premier contact avec l'Ecole, puisque certaines exigent ce mode de communication. Personnalisées, faciles à lire et à comprendre, claires et accrocheuses, ces quelques lignes doivent susciter l'envie de vous rencontrer. Il vous faudra donc mettre en exergue vos qualités, vos projets et vos ambitions. Il ne faut pas négliger non plus, la présentation. Tapée à l'aide d'un traitement de texte (sauf si on exige une lettre manuscrite), la présentation doit être aérée, les titres des rubriques mis en évidence, et le style concis. Aussi, veillez à faire une présentation accrocheuse. Vos prénom, nom, adresse et numéro de téléphone, se situeront en haut de page. Notez encore vos hobbies, vos voyages à l'étranger ... ainsi que les renseignements personnels. Votre objectif d'étude apparaîtra souvent en dernier lieu.

N'oubliez pas que votre lettre doit toujours être adaptée à l'école. En quelques petits paragraphes de courtes phrases, votre lettre vous permet d'individualiser votre candidature en soulignant vos potentialités et vos projets, il faut donc :

1. vous présenter brièvement ;
2. illustrer vos atouts par quelques exemples ;
3. décrire votre objectif professionnel ;
4. terminer par une formule de politesse
5. veiller à la qualité de la langue
6. utilisez le présent pour être plus direct.

Chapitre 2

Electrocinétique.

2.1 Remarques spécifiques.

1. Dans l'étude de circuits complexes à A.O., les candidats ne reconnaissent pas aisément les sous-structures simples qui leur permettraient de dégager à l'avance la fonction du montage. A cette fin, quelques configurations élémentaires ne devraient-elles pas être reconnues?...Beaucoup de candidats ne font pas le lien entre le cours sur la stabilité et le fonctionnement linéaire ou non d'un A.O. bouclé sur son entrée inverseuse, non-inverseuse ou les deux à la fois.
2. Eviter d'introduire des variables intensité inutiles et raisonner au maximum avec diviseurs de tensions, loi des potentiels aux noeuds ou théorème de Millman, ce qui évite des équations inutiles.
3. Les candidats éprouvent des difficultés sur les questions relatives à :
 - (a) l'utilisation du théorème de Thévenin
 - (b) la puissance
 - (c) la résistance de sortie d'un opérateur électronique.
4. Le circuit RLC série est une base dont les caractéristiques doivent être connues.
5. TP : "Le nombre de composants, d'appareils et de connexions nécessaires est toujours très limité ; il conviendrait cependant que le candidat réalise dans un ordre logique les branchements des circuits qu'il veut étudier. Ceci éviterait les erreurs de câblage, et n'obligerait pas les examinateurs, au détriment de la note, à devoir tout débrancher pour rétablir les connexions adéquates."
6. TP : " On attend que les candidats vérifient, beaucoup plus qu'ils ne le font, la valeur des résistances qu'ils utilisent ; savoir utiliser l'ohmmètre, et s'en servir à bon escient (on ne mesure pas la résistance d'une diode à l'ohmmètre)."
7. TP : "observer le comportement des circuits dans une large gamme de fréquence, (...) faire plus de mesures dans les régions de forte variation d'une courbe, représenter les mesures dans un graphe au fur et à mesure."

2.2 Questions de cours.

1. Soit une tension carrée. Réaliser un montage permettant de visualiser l'intensité du courant électrique et la charge d'un condensateur dans un circuit RLC. Etude des différents cas suivant les valeurs des composants.
2. Montages expérimentaux pour déterminer l'inductance propre L .
3. Montages expérimentaux pour la détermination de la capacité C d'un condensateur.
4. Quel est l'intérêt pratique du diagramme de Bode.
5. Filtre passe-bas. Fonction de transfert à reconstituer à partir de dipôles RLC. Tracés des diagrammes de Bode. Décrire le comportement sur l'asymptote. Comment obtient-on la fréquence de coupure?
6. Le montage suiveur à AO : montage, utilisation, intérêt.
7. Le montage amplificateur à AO : montage, utilisation, intérêt.
8. L'amplificateur opérationnel en régime saturé. Etude de la stabilité. Comparateur à hystérésis.
9. La diode.

2.3 Circuit soumis à un échelon de tension.

On considère le circuit 2.1 dans lequel l'interrupteur K est fermé depuis un temps suffisamment long pour que le régime permanent soit établi. On s'intéresse au régime transitoire qui suit l'ouverture de l'interrupteur à l'instant $t=0$.

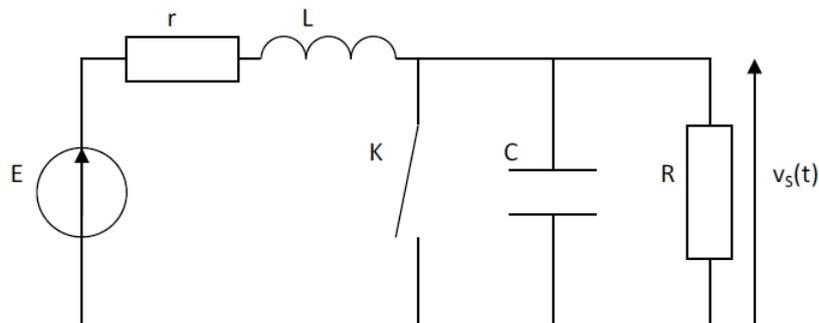


FIGURE 2.1 – Circuit soumis à un échelon de tension.

1. Etablir l'équation différentielle concernant v_s en exprimant ses coefficients en fonction de L , C , r , R .
2. Déterminer numériquement ces coefficients à partir des valeurs numériques suivantes : $E = 15$ V, $r = 5 \Omega$, $L = 0,1$ H, $C = 1000 \mu\text{F}$, $R = 200 \Omega$.
3. Résoudre cette équation différentielle. Représenter $v_s = f(t)$.

2.4 Circuit soumis à un échelon de tension.

On suppose que le système de la figure 2.2 est soumis à un échelon de tension E à partir de l'instant $t=0$. Le condensateur est initialement déchargé.

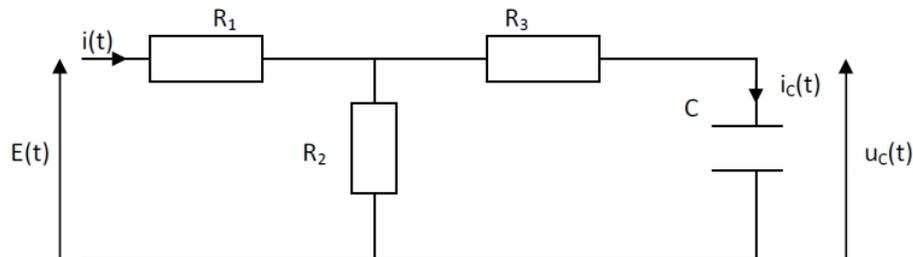


FIGURE 2.2 – Circuit soumis à un échelon de tension.

1. Déterminer $u_C(t)$. Tracer cette fonction.
2. En déduire $i_C(t)$ et le tracer.
3. Déterminer également le courant $i(t)$ et tracer le.

2.5 Circuit LC réel en signaux carrés.

On étudie le montage de la figure 2.3. Le générateur de tension délivre un signal créneau symétrique entre E et $-E$ de période T .

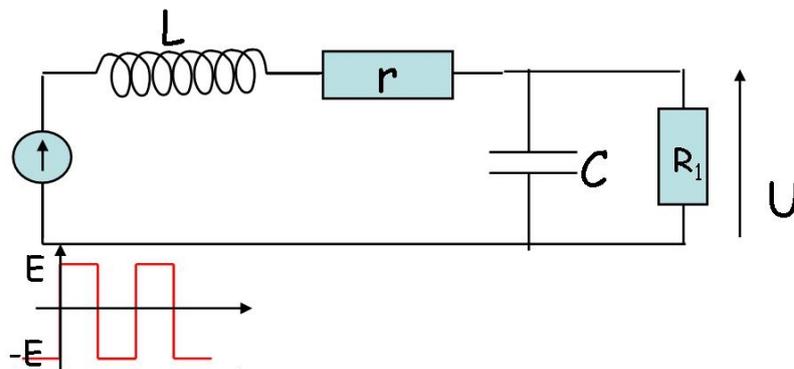


FIGURE 2.3 – Circuit RLC réel.

1. Pourquoi parle-t-on ici de LC réel ?
2. En supposant $e(t) = -E$, quel est le régime permanent atteint ?
3. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.

On supposera $Q_0 = 0,1 = \frac{1}{10}$ pour la résolution, ce qui pourra amener à certaines approximations.

4. Quel est le régime observé ?

5. Donner l'expression de $u(t)$ sur une demi période $[0; \frac{T}{2}]$ où $e(t) = +E$, en fonction de ω_0 et des conditions initiales.

2.6 Calcul du courant efficace dans un circuit.

Soit le montage 2.4, déterminer le courant efficace $i(t)$ en régime établi.

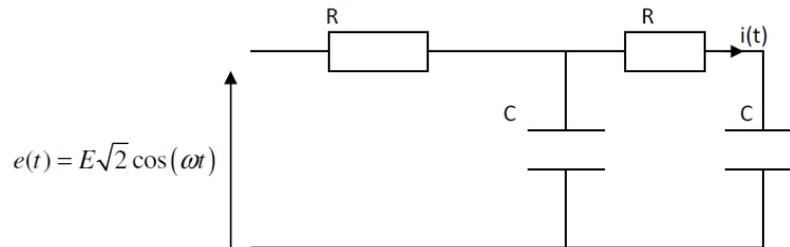


FIGURE 2.4 – Circuit soumis à un échelon de tension.

2.7 Filtre R,L aux bornes de R

Un circuit R,L série est alimenté par un générateur $e(t) = e_0 \cos(\omega t)$. On s'intéresse à la tension $s(t)$ aux bornes de R.

$e_0 = 2V$, $R = 1 k\Omega$, $L = 100mH$.

1. Après quelle durée Δt n'est il plus utile de considérer le régime transitoire.
2. Quelle est a priori la nature du filtre ?
3. Déterminer $\underline{H}(j\omega)$ en régime sinusoïdal forcé. On introduira une fréquence ω_0 fonction des caractéristiques du circuit.
4. Tracer le diagramme de Bode. Préciser la nature du filtre et sa bande passante.
5. Donner l'expression de $s(t)$ pour une fréquence de 1kHz.

2.8 Montage pseudo-intégrateur.

On étudie le montage de la figure 2.5a, alimenté par un générateur de tension $u_e(t) = e_0 \cos(\omega t)$. L'A.O. est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.

1. Justifier l'utilisation de la notation complexe pour l'étude de ce filtre.
2. Déterminer a priori la nature du filtre.
3. Calculer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$.
4. Tracer le diagramme de Bode, sachant que le gain basse fréquence est de 10.
5. Montrer que dans un domaine de fréquence que vous préciserez, le circuit se comporte comme un pseudo-intégrateur.

6. Montrer que l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire de l'A.O. est raisonnable.
7. Discuter l'intérêt de ce montage par rapport au passe bas passif, puis par rapport au montage intégrateur du cours.

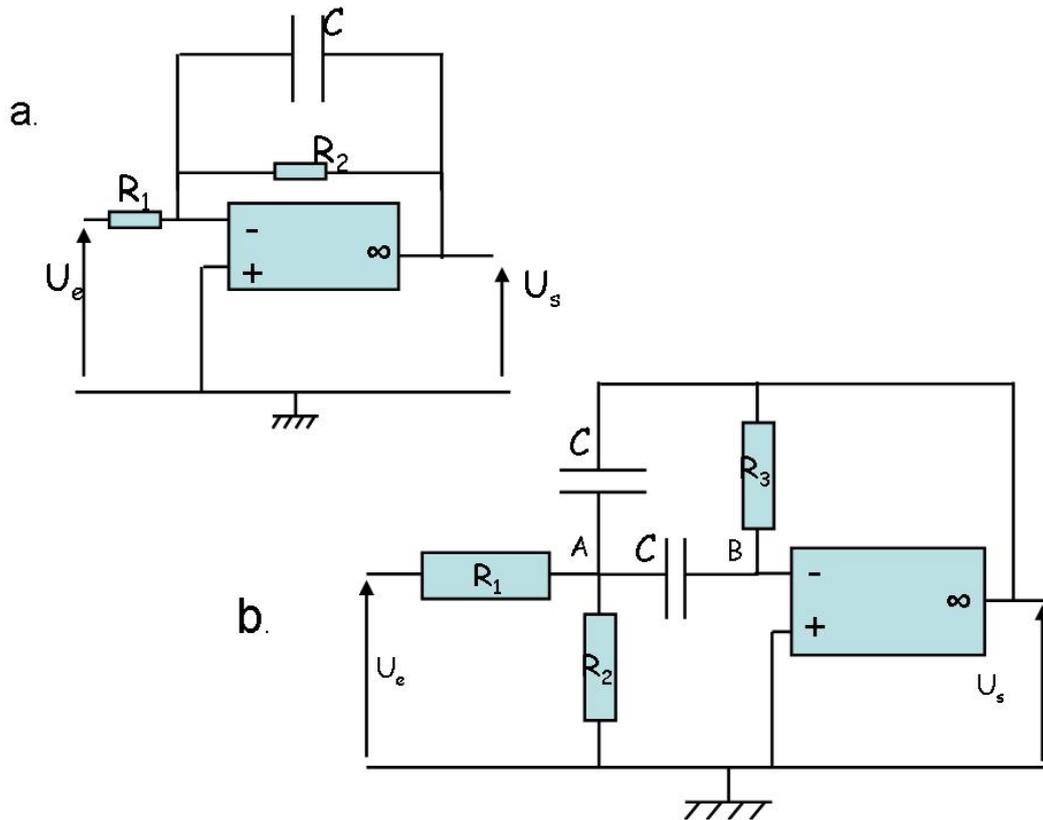


FIGURE 2.5 – Deux filtres actifs.

2.9 Etude d'un filtre actif.

On étudie le montage de la figure 2.5b, alimenté par un générateur de tension $u_e(t) = e_0 \cos(\omega t)$. L'A.O. est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.

1. Quel est a priori la nature du filtre ?
2. Déterminer $\underline{H}(j\omega)$.
3. Revenir à l'équation différentielle. Mettre l'équation sous sa forme canonique. Identifier alors ω_0 et Q_0 .
4. Mettre $\underline{H}(j\omega)$ sous forme réduite en faisant apparaître un facteur de qualité Q_0 et la pulsation ω_0 et $H_0 = H_{max}$.
Dans quelle situation avez vous rencontré une fonction de transfert similaire ?

5. Déterminer la (ou les) pulsation(s) de coupure et la bande passante de ce filtre.
6. Les résistances R_1 , R_2 et R_3 sont réglables. Justifier que les caractéristiques du filtre peuvent être choisies indépendamment. On veut que la bande passante soit : $[300Hz; 3400Hz]$. Déterminer ω_0 et Q_0 .
7. En prenant maintenant $R_1 = R$, $R_2 = R$ et $R_3 = 2R$, calculer Q_0 , ω_0 et $H_0 = H_{max}$. Tracer le diagramme de Bode correspondant.

2.10 Diagramme de Bode

On suppose que le système 2.6 fonctionne en régime linéaire sinusoïdal. Calculer la fonction de transfert de ce système et la représenter sur un diagramme de Bode asymptotique. Auparavant, on prendra soin de déterminer la nature du filtre.

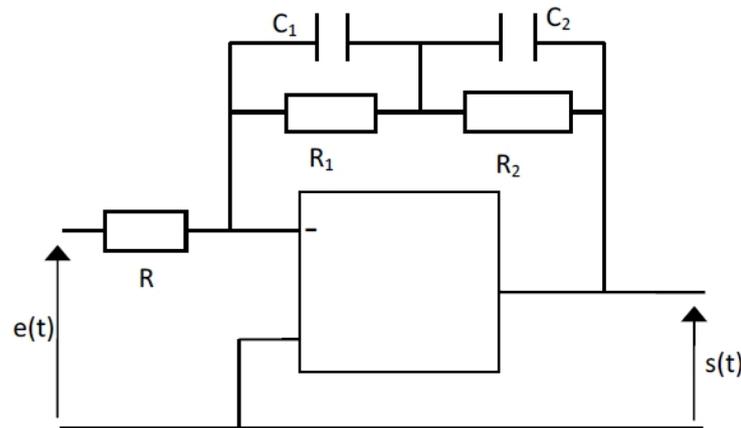


FIGURE 2.6 – Diagramme de Bode d'un filtre actif.

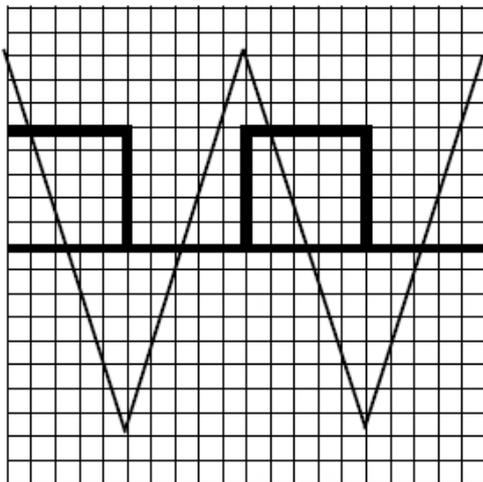
2.11 Analyse expérimentale

Rappeler la forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bande en fonction de H_0 le gain maximal, Q le facteur de qualité et ω_0 la pulsation propre du circuit. Déterminer ces paramètres à partir des relevés 2.7 obtenus à l'oscilloscope pour un signal d'entrée " carré". L'entrée est représentée voie 1 (en gras), la sortie est voie 2.

2.12 Justification du modèle de l'A.O. idéal.

On considère le montage de la figure 2.8 où $u_e(t) = e_0 \cos(\omega t)$. On s'intéresse à la tension $u_s(t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi)$.

1. A l'aide du modèle de l'A.O. idéal, calculer $H_0 = \frac{s(t)}{e(t)}$



Réglages de l'oscilloscope

Voie 1:

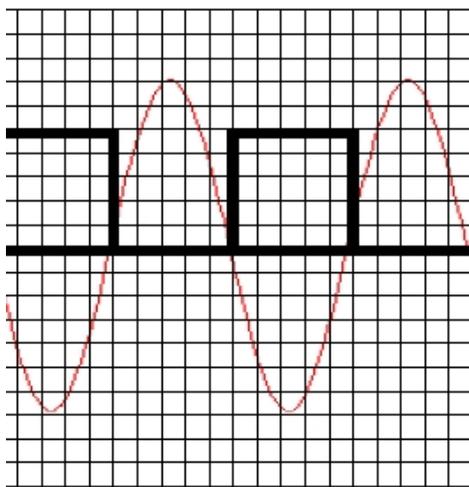
1 V par carreau

Voie 2:

0,1 V par carreau

Base de temps:

10 μ s par carreau



Réglages de l'oscilloscope

Voie 1:

0,2 V par carreau

Voie 2:

1 V par carreau

Base de temps:

0,1 ms par carreau

FIGURE 2.7 – Diagramme de Bode d'un filtre actif.

2. En utilisant maintenant le modèle du filtre passe bas du premier ordre pour l'A.O., déterminer $\underline{H}(j\omega)$. Le mettre sous sa forme canonique $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_C}}$ en précisant ω_C .
3. ★ Tracer le diagramme de Bode du gain. (Faire aussi apparaître le diagramme de Bode du gain de l'A.O. seul)
4. Justifier les résultats obtenue au 1. Discuter le domaine de validité de ce résultat en fréquence. Donner l'allure du signal de sortie pour $\omega \ll \omega_C$ et $\omega \gg \omega_C$ en précisant bien l'amplitude.

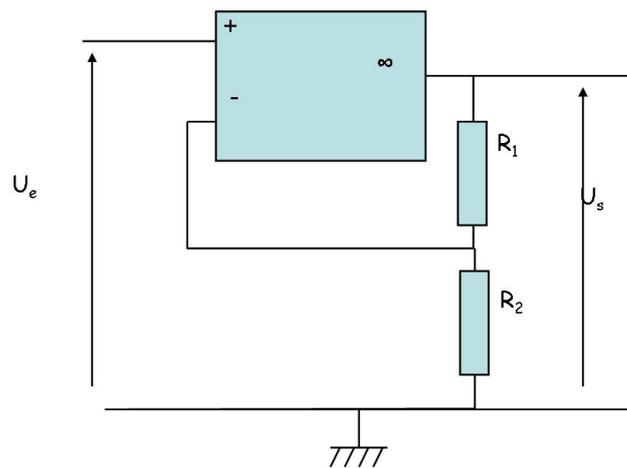


FIGURE 2.8 – Justification du modèle de l'A.O. idéal.

2.13 Influence de la "charge" sur le filtre, montage suiveur.

On étudie le montage de la figure 2.9. Le générateur délivre un signal $u_e(t) = e_0 \cos(\omega t)$. On s'intéresse $u_s(t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi)$.

1. Déterminer sans calcul, a priori, la nature du filtre de la figure 2a.
2. Déterminer $\underline{H}_1(j\omega)$ pour le filtre de la figure 2a à l'aide du théorème de Millman et la mettre sous forme réduite.
3. Dans quelle domaine de valeur a-t-on un comportement intégrateur ?
4. On ajoute alors une résistance dite "résistance de charge" aux bornes de la capacité, figure 2b. En utilisant toujours le théorème de Millman, calculer $\underline{H}_2(j\omega)$ pour ce nouveau filtre. Commenter par rapport aux résultats précédents.
5. On choisit alors de rajouter un amplificateur opérationnel et on étudie alors le montage de la figure 2c. Calculer $\underline{H}_3(j\omega)$. Commenter par rapport aux résultats précédents.

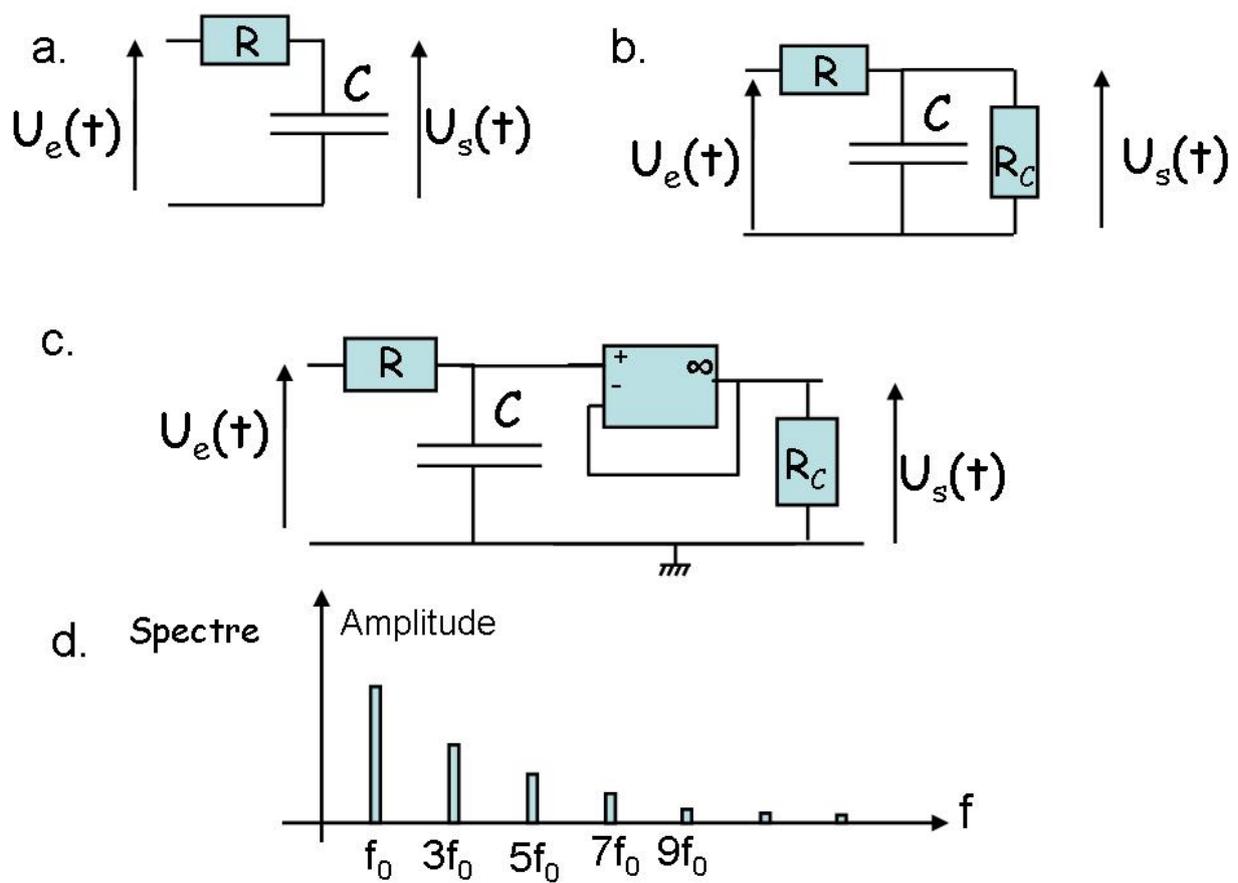


FIGURE 2.9 – Influence de la charge et intérêt du montage suiveur.

6. Dans le dernier cas, dessiner $u_s(t)$ si $u_e(t) = e_0 \cos(\omega t)$ pour $\omega \ll \omega_C$ et $\omega \gg \omega_C$.
7. Dessiner $u_s(t)$ si $u_e(t)$ est un signal créneau de période T pour $T \gg 2\pi/\omega_C$ et $T \ll 2\pi/\omega_C$. Justifier l'utilisation de la même fonction de transfert alors que le régime n'est plus sinusoïdal. (La décomposition spectrale ou analyse de Fourier du signal carré est donnée figure 2d.)
8. Dessiner $u_s(t)$ si $u_e(t)$ est un signal triangle de période T pour $T \gg 2\pi/\omega_C$ et $T \ll 2\pi/\omega_C$.

2.14 Filtre actif du 2ème ordre de Sallen and Key.

On étudie le montage de la figure 2.10, alimenté par un générateur de tension $u_e(t) = e_0 \cos(\omega t)$. L'A.O. est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.

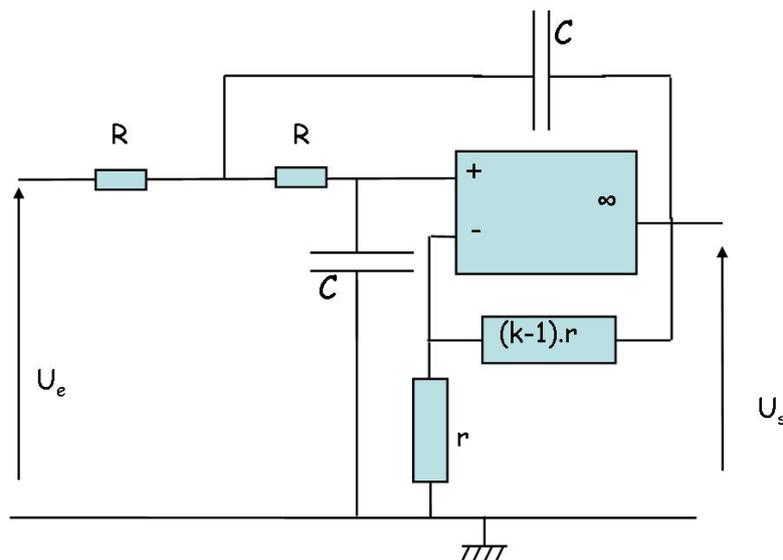


FIGURE 2.10 – Filtre de Sallen and Key.

1. Déterminer la nature du filtre a priori.
2. Déterminer la fonction de transfert $H(j\omega)$. La mettre sous sa forme canonique en faisant apparaître ω_0 et Q . Dans quel circuit rencontre-t-on une fonction de transfert analogue ?
3. Revenir à l'équation différentielle. Mettre l'équation sous sa forme canonique. Identifier alors ω_0 et Q et vérifier les relations que vous avez obtenues précédemment.
4. Tracer le diagramme de Bode correspondant et commenter le. (On prendra $\omega_0 = 10000 \text{ rad.s}^{-1}$ et $Q=100$.)
5. La stabilité du régime linéaire dans ce montage est elle évidente ? Justifier que le régime linéaire est stable.

2.15 Montage à résistance négative.

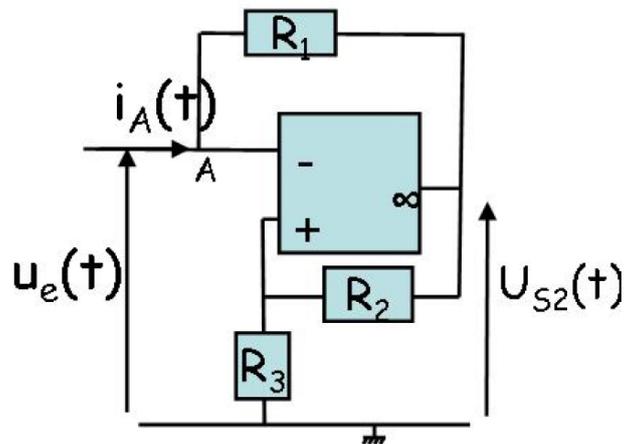


FIGURE 2.11 – Montage à résistance négative.

On étudie le montage de la figure 2.11.

1. On suppose l'amplificateur opérationnel en régime linéaire. Est ce une évidence ?
2. Déterminer dans le modèle de l'A.O. idéal le lien entre u_e et u_s .
3. Donner le courant circulant dans R_1 .
4. Montrer que $V_A = -R'i_A$. Préciser la valeur de R' en fonction des résistances présentes. Justifier le nom du montage.
5. Donner la condition sur u_A évitant l'apparition de non linéarité.
6. Justifier que ce système permet de réaliser un oscillateur quasi sinusoïdal à partir d'un circuit RLC.

2.16 Effet des non linéarités sur le comportement de l'A.O.

On considère le montage de la figure 2.12. Le générateur dessiné est un GBF délivrant un signal de valeur moyenne nulle $u_e(t) = e_0 \cos(2\pi f_0 t)$.

1. Comment fait on pour obtenir avec le GBF un signal de valeur moyenne nulle ?
2. En supposant l'A.O. idéal en régime linéaire, déterminer $v_s(t)$. Quel est l'intérêt du montage.
3. On détecte la tension $v_s(t)$ aux bornes de R_C et l'oscilloscope numérique HP permet de faire sa transformée de Fourier, i.e. de donner la décomposition en fonction sinusoïdale du signal de sortie. Trois expériences sont faites :
Expérience 1 : $e_0 = 20V$ et $f_0 = 1kHz$.
Expérience 2 : $e_0 = 1V$ et $f_0 = 1kHz$.

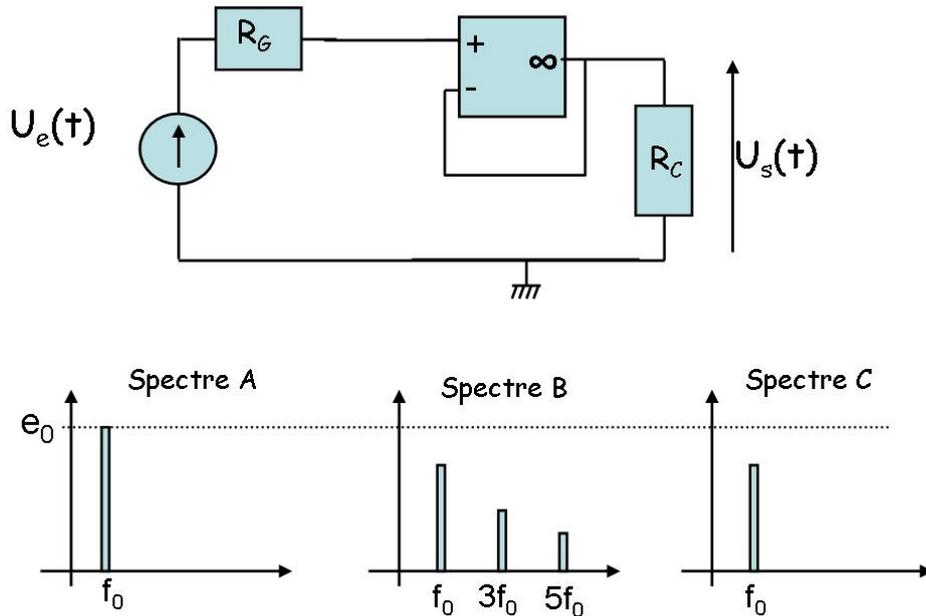


FIGURE 2.12 – Effet des non linéarités de l'A.O.

Expérience 3 : $e_0 = 1V$ et $f_0 = 1MHz$.

On obtient alors les trois spectres A, B et C. Associer chacun des spectres à une expérience en justifiant votre réponse.

- Si $e_0 = 1V$ et $f_0 = 1kHz$, il apparaît une fréquence harmonique dans le spectre de $v_s(t)$ si $R_C < 500\Omega$. Commenter.
- Si $e_0 = 10V$ et $R_C = 10k\Omega$, il apparaît une fréquence harmonique dans le spectre de $v_s(t)$. Commenter.

Commentaires :

Cet exercice permet de rappeler la différence entre un défaut linéaire (une seule fréquence dans le signal de sortie, identique à la fréquence d'entrée) et un défaut non linéaire (plusieurs fréquences dans le signal de sortie, multiples de la fréquence d'entrée, on parle d'enrichissement du spectre par les phénomènes non linéaires).

2.17 Montage à 2 A.O. idéaux.

On considère le montage de la figure 2.13 où $u_e(t) = e_0 \cos(\omega t)$. On s'intéresse à la tension $u_s(t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi)$.

- Supposer la tension de sortie sinusoïdal à la même pulsation revient à faire une supposition sur le régime de fonctionnement des A.O. Quelle est cette hypothèse? Par un argument simple, justifier que cette hypothèse est raisonnable.

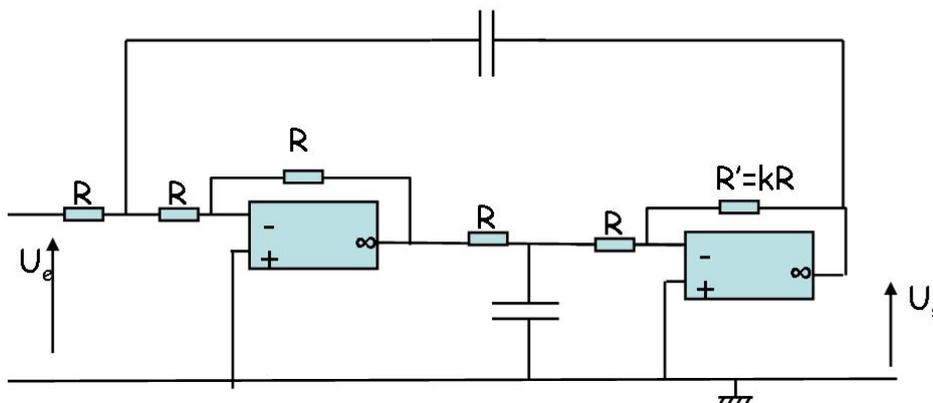


FIGURE 2.13 – Montage à 2 A.O.

2. Avant tout calcul, exposer la méthode que vous allez adopter pour trouver la fonction de transfert. (Nommer les noeuds auxquels vous appliquerez le théorème de Millman.)
3. A l'aide du modèle de l'A.O. idéal (rappeler les caractéristiques de ce modèles), calculer $H_0 = \frac{s(t)}{e(t)}$ en fonction de k et de $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.
4. En revenant à l'équation différentielle, étudier la stabilité du régime linéaire. Dans quel cas le système peut-il osciller ?
5. On souhaite tracer le diagramme de Bode à l'aide du tableur OpenOffice. Pour cela, faire le tableau suivant en calculant G et φ pour $k = 1$. (On prendra $\omega_0 = 1000s^{-1}$)

ω en s^{-1}	$G(reel)$	φ en radian
10		
20		
30		
...		
100		
200		
...		
100000		

Tracer le diagramme de Bode (G en échelle logarithmique en fonction de ω en échelle logarithmique, de même pour la phase φ).

6. Rajouter une colonne au tableau en calculant le gain pour $k = 4$. Que constatez vous ?
7. Prévoir sans calcul l'allure du signal de sortie lorsque l'entrée est alimentée par un signal créneau symétrique de fréquence $f \gg f_0$.
8. Vérifier sans calcul, en raisonnant sur les comportements limites lorsque $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$, la nature du filtre.

2.18 Montage à 3 AO

On suppose que le système 2.6 fonctionne en régime linéaire sinusoïdal. Calculer la fonction de transfert de ce système et la représenter sur un diagramme de Bode asymptotique.

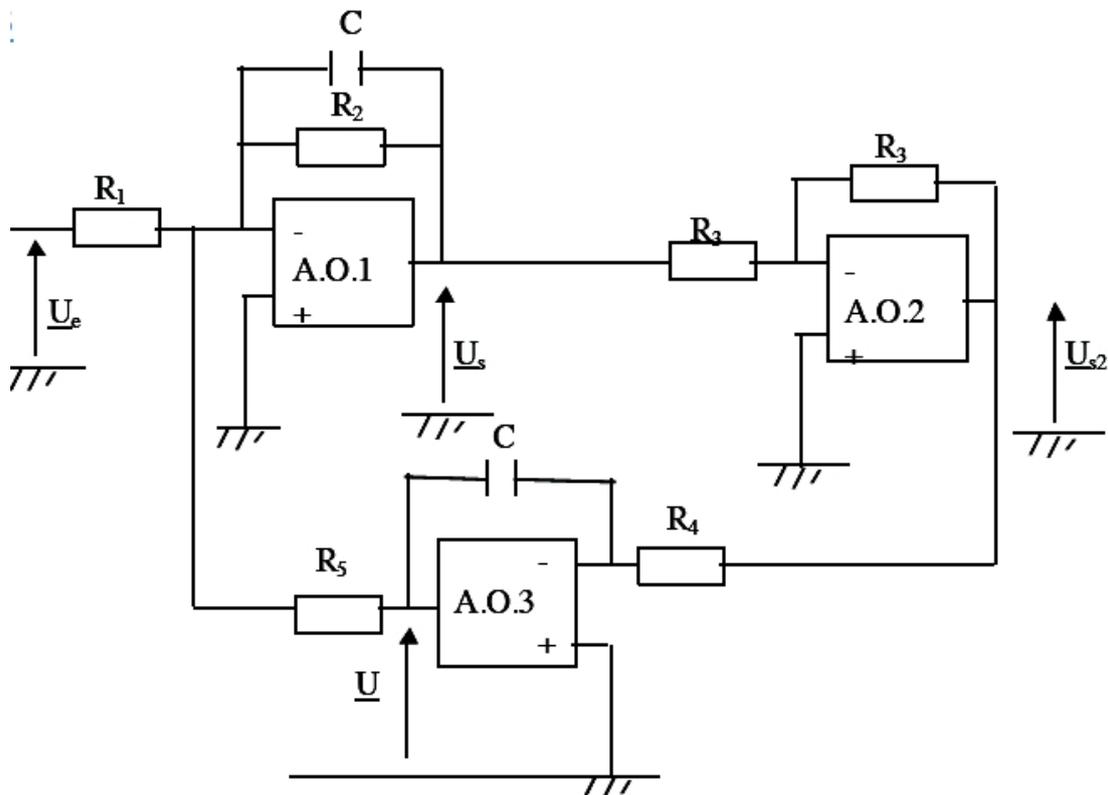


FIGURE 2.14 – Diagramme de Bode d'un filtre actif.

2.19 Circuit LC avec diode.

A $t=0$, dans le circuit 2.15 $u_C(t)=E$ et on ferme K. Tracer $i(t)$, $u_C(t)$ et $u_D(t)$. Tracer la trajectoire du point de fonctionnement de la diode dans le diagramme courant/tension.

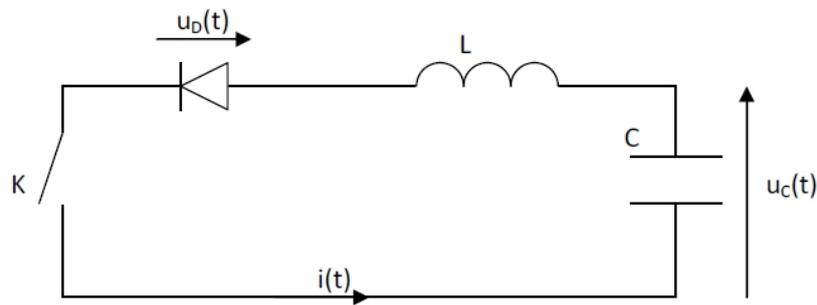


FIGURE 2.15 – Circuit LC en présence d'une diode.

2.20 Etude du comparateur à hystérésis.

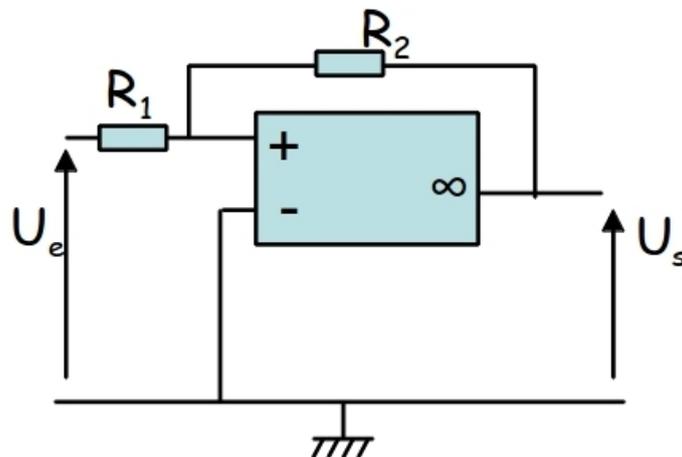


FIGURE 2.16 – Comparateur à hystérésis.

On étudie le montage de la figure 2.16.

Ce montage donne lieu à un phénomène d'hystérésis : la tension de sortie V_s de l'A.O. peut prendre deux valeurs différentes $+U_{sat}$ ou $-U_{sat}$ pour une même valeur de V_e (comprise dans un certain intervalle). Cette valeur dépend de l'"histoire du système", i.e. de ce qui s'est produit précédemment. Le système est donc aussi qualifié de système à mémoire.

On pose $k = \frac{R_2}{R_1}$.

1. Justifier a priori que l'A.O. est en régime saturé, non linéaire.
2. Supposons d'abord le système en saturation haute : $V_s = +U_{sat}$. Vérifier que la condition de validité de cette hypothèse est $V_e > -\frac{U_{sat}}{k}$.
3. Finir l'étude.
4. Dessiner le cycle d'hystérésis (V_s en fonction de V_e).

2.21 Etude d'un oscillateur à relaxation.

On étudie le montage de la figure 2.17.

Noter l'absence de générateur. Le signal de sortie est non nul, même en l'absence d'entrée, et sa fréquence est réglée par des paramètres choisis par l'expérimentateur.

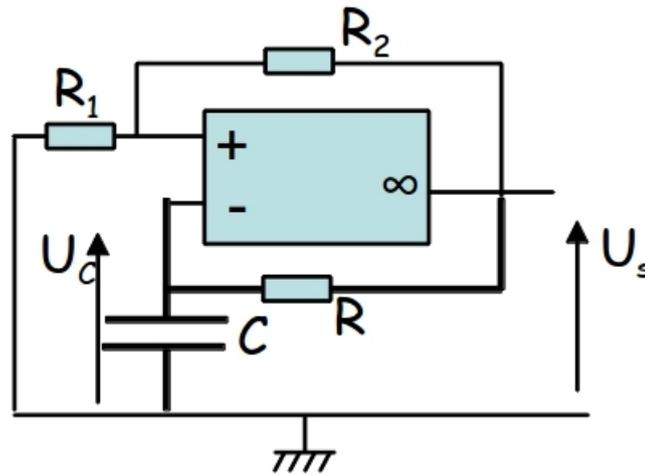


FIGURE 2.17 – Un oscillateur à relaxation.

1. On suppose que l'A.O. est en régime saturé. Pourquoi il n'est pas évident que l'A.O. soit dans ce régime ?
2. Supposons donc l'A.O. en saturation haute : $V_s = +U_{sat}$
3. Quelle est alors la condition sur U_C pour que cette hypothèse soit vérifiée ?
4. Trouver alors l'équation différentielle vérifiée par U_C , la résoudre en supposant qu'à $t=0$, $U_C(t = 0^-) = -\frac{U_{sat}}{1+k}$, ce qui est le cas en régime saturé.
5. En déduire que la période des oscillations est $T = 2\tau \cdot \ln\left(\frac{2+k}{k}\right)$.

2.22 Le multivibrateur astable symétrique.

On étudie le montage de la figure 2.18.

Noter, là encore, l'absence de générateur. Le signal de sortie est non nul, même en l'absence d'entrée, et sa fréquence est réglée par des paramètres choisis par l'expérimentateur.

1. Justifier a priori que le premier A.O. soit dans en régime linéaire et que le second soit en régime saturé.

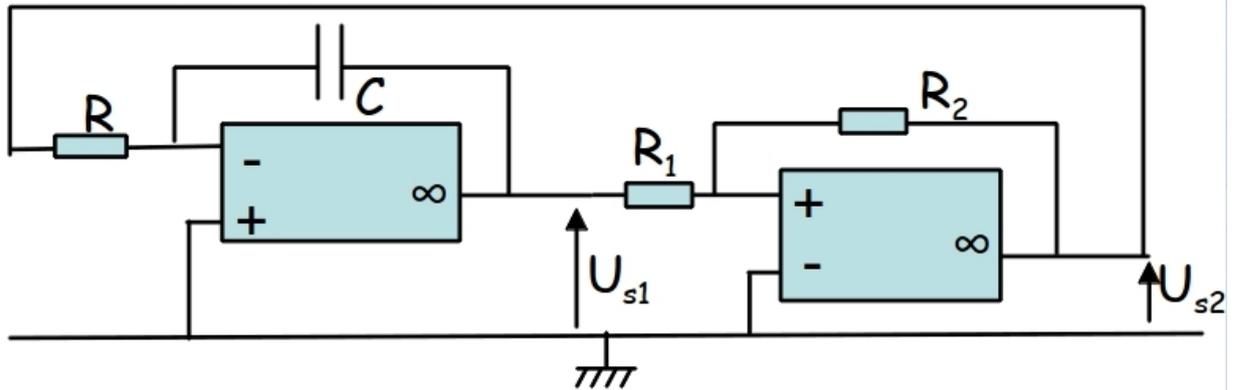


FIGURE 2.18 – Le multivibrateur astable (symétrique).

2. Supposons donc l'A.O.2 en saturation haute : $V_s = +U_{sat}$
Calculer V_{S1} sachant qu'en régime établi, $V_{S1}(t = 0) = \frac{U_{sat}}{k}$.
3. Quelle est alors la condition sur V_{+2} pour que cette hypothèse soit vérifiée ?
4. En déduire que la période des oscillations est $T = 4 \cdot \frac{RC}{k}$.

Chapitre 3

Mécanique.

3.1 Remarques spécifiques.

1. "L'expression vectorielle générale de la tension d'un ressort est rarement écrite correctement."
2. L'angle est sans dimension, mais n'est pas dépourvu d'unité.
3. "Le recours à l'énergie potentielle pour prévoir les positions d'équilibre dans le référentiel R , est souvent utilisée, mais pas toujours expliquée correctement. Ne pas oublier que l'énergie potentielle est celle associée aux actions conservatrices ainsi qu'aux forces d'inertie d'entraînement dans R' si R' est non galiléen, aimé d'un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe."
4. "On ne pense pas assez souvent à appliquer les lois de conservation de l'énergie et on oublie également de faire apparaître l'énergie potentielle efficace."
5. "Une poulie en mouvement ne transmet la force que si le mouvement n'est pas accéléré ou si l'on peut en négliger la masse."
6. "Un bon critère de cessation de glissement : annulation de la vitesse de glissement."
7. "Les lois de Coulomb sont connues mais mal interprétées : les notions de frottement et de glissement sont confondues."
8. "On confond base de projection et repère de référence (référentiel)."
9. "La notion de viscosité n'est pas bien exposée, les valeurs numériques du coefficient ν sont inconnues (ordres de grandeurs)."
10. "les ordres de grandeurs des vitesses dans les gaz, liquides et solides ne sont pas connus."
11. TP : Des mesures de période au chronomètre sont souvent imprécises : on ne pense pas toujours à chronométrer plusieurs périodes.

3.2 Questions de cours.

1. Modèle de l'oscillateur harmonique amorti (mécanique/ressort) ; définition du temps de relaxation et du facteur de qualité ; étude des oscillations libres, des oscillations forcées, résonance en élongation et en vitesse.

2. Energie potentielle et position d'équilibre.
3. Mouvement à force centrale.
4. Trajectoire circulaire d'une planète.
5. Les satellites géostationnaires
6. Les lois de Kepler
7. Problème à deux corps, réduction canonique.
8. Définir précisément les référentiels de Copernic, géocentrique et terrestre. Donner le Mouvement des uns par rapport aux autres.
9. Référentiel non galiléen.
10. Force de marée.
11. Définition du poids sur Terre, force de Coriolis.
12. Pendule pesant (et non pas le pendule simple). Définition, calcul de la période.
13. Loi de Coulomb.
14. Expliquer pourquoi une danseuse étoile augmente sa vitesse de rotation en rapprochant ses bras de son corps.
15. Onde sonore dans les solides.
16. Onde sonore dans les fluides.
17. Densité volumique d'énergie acoustique ; vecteur densité de courant d'énergie.
18. Impédance acoustique
19. Corde vibrante.
20. Conservation de la matière en mécanique des fluides.
21. Equation d'Euler.
22. Théorème de Bernoulli. Divers contextes (très précis) d'application.
23. Divers régimes d'écoulement et force résultante sur une sphère.
24. La viscosité.

3.3 Expansion de l'Univers.

On souhaite étudier a priori par analyse dimensionnelle l'expansion de l'Univers.

1. Rappeler l'expression de la force de gravitation qui modèle l'Univers à grande échelle. Donner la dimension de la constante de gravitation G qui intervient dans cette expression.
2. Trouver $r(t)$ en fonction de t , G , et M la masse de l'Univers.

3.4 Masse ponctuelle et deux ressorts.

Deux ressorts de longueur au repos a et de raideur k sont fixés respectivement à une de leur extrémité au point $x=-a$ et $x=+a$ et relié via une masse ponctuelle de masse m . Calculer l'énergie potentielle des ressorts pour un déplacement suivant l'axe Ox de la masse. En déduire F_x la composante suivant Ox de la force exercée par les ressorts sur la masse.

3.5 Condition de non décollement.

Un plateau horizontal (P) est animé d'un mouvement sinusoïdal vertical d'amplitude A et de fréquence f . Un point M de masse m est posée sur P. Quelle(s) condition(s) doit(vent) vérifier A et f pour que M ne décolle pas de P.

3.6 Création de vagues.

Pour créer des vagues dans une piscine, on fait effectuer des oscillations verticales à un gros corps de masse M immergé. Ce corps de masse volumique ρ et de volume $V = h^3$ est plongé dans l'eau de masse volumique ρ_{eau} et suspendu à un ressort de raideur k et de longueur à vide L_0 , accroché en un point A. Soit R le référentiel terrestre supposé galiléen.

1. Ecrire la condition d'équilibre du corps de masse M .
2. On s'intéresse au mouvement vertical du corps et on note z la cote de son centre de gravité G suivant un axe vertical orienté vers le bas, en prenant pour origine la position d'équilibre. Ecrire l'équation différentielle déterminant z en fonction du temps t . Donner la pulsation propre ω_0 de cet oscillateur. On négligera les frottements dans cette question.
3. On tient compte désormais d'une force de frottement visqueux, colinéaire à la vitesse et d'intensité $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$, exercée par l'eau sur le corps. Donner la nouvelle équation différentielle vérifiée par $z(t)$. En se plaçant dans le cas d'un amortissement faible, donner sans calcul l'allure du graphe de $z(t)$ pour les conditions initiales suivantes : à $t = 0$, $z = z_1 > 0$ et la vitesse initiale est nulle.
4. A l'aide d'un piston, on impose à l'extrémité A supérieure du ressort, un mouvement vertical sinusoïdal selon $z_A(t) = Z_{Am}\cos(\omega t)$ centré sur la position de A précédente. Exprimer la tension du ressort en fonction de z , z_A , k , h et L_0 . Ecrire dans le référentiel R l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.
5. Calculer l'amplitude Z_m des oscillations du corps. On utilisera la notation complexe et on fera apparaître les constantes ω_0 , Q et la variable $x = \omega/\omega_0$.
6. Dans ce dispositif, l'intérêt du ressort est de permettre d'obtenir des oscillations du corps d'amplitude Z_m supérieure à celle Z_{Am} de l'excitation. On veut que $Z_m > 3Z_{Am}$. A quelle condition approximative (on ne demande pas la condition précise) sur Q existe-t-il des valeurs de ω pour lesquelles $Z_m > 3Z_{Am}$?
7. Si $Q = 4$, dans quel intervalle doit se trouver ω pour que $Z_m > 3Z_{Am}$?

3.7 Mouvement d'une masse accrochée à un ressort

Un ressort horizontal (k, l_0) est fixé en un point 0 d'une table. A l'autre extrémité de ce ressort, un objet ponctuelle M de masse m est alors accroché. Cette masse se déplace sans frottement, ni avec la table, ni avec l'air. Partant d'une position $r_0 = l_0 + a$, la masse est lancée avec une vitesse orthoradiale.

1. Que permet de conclure le fait qu'il n'existe pas de frottement entre la table et l'objet ? Calculer la norme de la force de réaction du support.
2. Montrer la conservation du moment cinétique $\vec{\sigma}_0(M)$ du point M par rapport au point O. Commenter. Calculer $\vec{\sigma}_0(M)$ en fonction des conditions initiales.
3. Quelles conclusions faites vous de cette loi de conservation ?
4. Justifier alors l'intérêt de l'étude énergétique.
5. Déterminer l'énergie mécanique E_m du point M en la mettant sous la forme suivante : $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{P\ eff}$ en précisant la valeur de $E_{P\ eff}$ en fonction de $\sigma_0(M)$.
6. Tracer l'allure de $E_{P\ eff}$ et montrer que le mouvement radial est compris entre deux valeurs r_1 et r_2 que vous ferez apparaître sur le graphique.
7. Que pouvez vous dire de la vitesse quand $r = r_1$ ou r_2 ?
8. Si les conditions initiales deviennent $r_0 = l_0 + a$, la masse lancée avec une vitesse radiale, calculer $\vec{\sigma}_0(M)$. Quelle est alors la nature du mouvement de la masse ?

3.8 Erreur de satellisation.

On souhaite qu'un satellite de masse m possède une orbite circulaire, de rayon r_0 .

1. Calculer la vitesse v_0 qu'il faut communiquer à ce satellite. En déduire $E_{M\ 0}$ et T_0 la période de révolution.
2. En fait, lors de la satellisation, un incident survient, tant et si bien que la vitesse du satellite est très légèrement inférieure à celle prévu $v'_0 = v_0(1 - \epsilon)$ mais la direction de la vitesse est parfaitement orthoradiale à $t = 0$ l'instant de la satellisation. La trajectoire n'est donc pas circulaire mais elliptique.

Sachant que la longueur du demi grand axe de l'ellipse a est liée à l'énergie mécanique par $E_M = -\frac{GMm}{2a}$. Déterminer a en fonction de r_0 et ϵ ainsi que la période T' de révolution.

3.9 Deux masses reliées par un fil.

Un ressort horizontal (k, l_0) est fixé en un point 0 d'une table. A l'autre extrémité de ce ressort, un objet ponctuelle M de masse m est alors accrochée. Cette masse se déplace sans frottement, ni avec la table, ni avec l'air.

1. Que permet de conclure le fait qu'il n'existe pas de frottement entre la table et l'objet ?
2. Dans le bilan des forces, que constatez vous ?

3. Montrer la conservation du moment cinétique du point M par rapport au point O.
4. Quelles conclusions faites vous de cette loi de conservation ?
5. Justifier l'intérêt de l'étude énergétique.
6. Déterminer l'énergie mécanique E_m du point M en la mettant sous la forme suivante : $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{P\ eff}$ en précisant la valeur de $E_{P\ eff}$.
7. Tracer l'allure de $E_{P\ eff}$ et montrer que le mouvement radial est compris entre deux valeurs r_1 et r_2 que vous ferez apparaître sur le graphique.
8. Que pouvez vous dire de la vitesse quand $r = r_1$ ou r_2 ?

3.10 Anneau sur une barre tournante.

Dans tout l'exercice, on suppose le référentiel terrestre R galiléen. Une barre métallique de longueur l que l'on confondra avec l'axe \vec{u}_X (horizontale) est en rotation uniforme autour d'une de ses extrémités, à la vitesse angulaire $\Omega\vec{u}_z$. (\vec{u}_z vertical) Sur cette barre, un anneau glisse sans frottement, il est donc astreint à se déplacer suivant l'axe de la barre. Un ressort de caractéristique (k, l_0) est accroché en 0 (sur l'axe de rotation).

1. Déterminer les positions d'équilibre relatif ainsi que leur stabilité
2. Sans calcul, que dire des petits mouvements autour de la position d'équilibre ?
3. Calculer la période T de ces petits mouvements

3.11 Etude d'un équilibre relatif sur un cercle en rotation.

Un fil de fer de formant un cercle de rayon R, est en rotation uniforme à la vitesse de rotation $\Omega\vec{u}_z$ autour d'un axe fixe comme indiqué sur la figure. Une perle est glissée sur le cercle (Elle ne peut donc pas décoller) et son mouvement est repéré par un angle θ .

1. Définir le référentiel R' dans lequel la perle supposée ponctuelle va pouvoir être à l'équilibre. Que dire de R' ?
2. Déterminer la position d'équilibre de la perle dans R'.
3. Déterminer sa stabilité. (Tracer l'allure de l'énergie potentielle).
4. Etudier au voisinage de la position d'équilibre l'allure et la période des petites oscillations. Commenter.

3.12 Référentiel géocentrique non galiléen : Force de marée.

La lune est supposée en mouvement dans le plan équatorial de la terre. On s'intéresse à un objet ponctuel de masse m à la surface de la terre à l'équateur. On s'intéresse au terme de marée dû à la lune et au soleil. On note D la distance Terre Lune et R_T le rayon de la terre. L'hypothèse de départ est que le référentiel héliocentrique est supposé galiléen. On note $\vec{g}_A(M)$ le champ de gravitation exercée par l'astre A (la lune, la terre ou le soleil) au point M. $\vec{g}_A(M) = G\frac{M_A}{D_A^2}\vec{u}_{A\rightarrow M}$.

1. Décrire le mouvement du référentiel R' géocentrique par rapport au référentiel R héliocentrique.
2. Donner alors l'expression du principe fondamental de la dynamique dans le référentiel géocentrique R' . (N'oubliez pas de tenir compte de l'interaction de la terre, de la lune et du soleil).
3. En appliquant le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel héliocentrique R , exprimer $\vec{a}_{T/R}$.
4. En remplaçant $\vec{a}_{T/R}$ dans l'expression de la question 2, regrouper les termes similaires : le terme de marée apparaît alors. Justifier le qualificatif de "terme différentiel".
5. L'objet M étudié est supposé en M_1 , dans le plan équatorial, dans l'alignement de l'axe terre lune. Effectuer un DL de l'expression obtenue en R_T/D et montrer que le terme de la lune $\delta_L(M) = -G \frac{2 \cdot R_T \cdot M_L}{D^3} \vec{u}$.
6. Compte tenu de cette expression, dessiner l'allure des bourrelets océaniques.
7. Proposer un critère qualitatif pour supposer le référentiel géocentrique galiléen. (Comme par exemple lorsque l'on étudie le mouvement d'un satellite autour de la terre.)

3.13 Référentiel terrestre non galiléen : Définition du poids.

On s'intéresse à la dynamique (statique en réalité) dans le référentiel R' terrestre. On suppose le référentiel R géocentrique galiléen.

Décrire le mouvement de R' par rapport à R .

Faire un grand schéma avec la latitude λ . Définir la vitesse de rotation de la terre dans R' : $\Omega = \frac{2\pi}{T}$. Quelle est sa direction ?

Dans cette exercice, on ne fera pas intervenir le poids (puisque l'on cherche à le définir) mais la force gravitationnelle calculée en un point de la surface de la terre.

1. Ecrire les équation du mouvement d'un pendule de masse m accroché à un fil de masse négligeable de longueur l dans le terrestre R' en supposant le référentiel R géocentrique galiléen.
2. On s'intéresse à l'équilibre de ce pendule. Simplifier les équations précédentes. La résultante des forces est elle dirigée vers le centre la terre ? faire un dessin représentant les forces pour un français, un équatorien et un ours polaire.

3.14 Influence de la force de Coriolis sur une moto.

Sur un circuit en France, une moto roule à la vitesse de 280 km/h dans un ligne droite orientée vers le nord. La moto et le conducteur ont une masse de 300kg.

1. Donner l'expression de la force d'inertie dans ce référentiel. Nommer le point cardinal de la direction de la force puis faire l'A.N.
2. Calculer l'angle duquel la moto est inclinée afin que la composante de la force dans la direction horizontale, perpendiculaire au mouvement soit nulle.

3.15 Deux masses reliés par un ressort.

On considère deux palets autoporteurs, identiques, de masse m , reliés par un ressort (k, l_0) sur une table horizontale. On néglige les forces de frottement fluide.

O désigne le point milieu des deux masses et initialement, à $t=0$, les masses sont telles que : $O\vec{M}_1(t=0) = \frac{-l_0-D}{2}\vec{u}_x$, $O\vec{M}_2(t=0) = \frac{l_0+D}{2}\vec{u}_x$, $\vec{v}_1(t=0) = \vec{0}$, $\vec{v}_2(t=0) = \vec{0}$.

1. Décrire sans aucun calcul quel mouvement vous attendez.
2. En considérant le système des deux masses, faire un bilan des forces. Justifier en particulier l'absence de frottement solide.
3. Que dire du mouvement d'ensemble, le mouvement du centre de masse G, du système ?
4. Etudier le mouvement relatif des masses.

3.16 Etude d'un système d'étoile double.

Considérons deux étoiles ponctuelles formant un système binaire, de masse m_1 et m_2 . Ces étoiles ne sont soumises qu'à leur force d'interaction gravitationnelle mutuelle et C désigne le centre de masse du système. Les étoiles décrivent des trajectoires circulaires de centre C de rayon R_1 et R_2 . d désigne la distance $r_1 + r_2$.

1. Que dire du référentiel du centre de masse R* ?
2. Justifier que les deux étoiles ont même période de révolution.
3. Montrer alors que $\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_2}{m_1}$
4. Montrer que la période T de révolution est donné par $T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{G(m_1+m_2)}}$.

3.17 Masses, ressort et plan incliné : Machine d'Atwood

Deux masses m_1 et m_2 supposées ponctuelles sont reliées par un fil de longueur l , et le dispositif est celui de la figure 3.1.

1. A priori, quel type de mouvement attendez vous pour chaque masse ?
2. Etablir une condition pour que la masse m_2 tombe si on supprime le ressort.
3. Cette condition est maintenant supposée vérifiée, déterminer la position d'équilibre de la masse m_1 et m_2 .
4. Quelle méthode proposeriez vous pour étudier le mouvement des masses m_1 et m_2 ? Justifier soigneusement votre réponse et préciser clairement le système.
5. Donner la période T des oscillations.

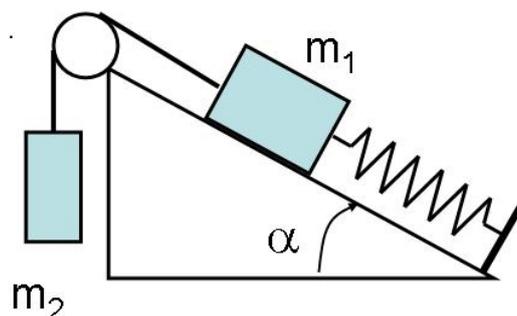


FIGURE 3.1 – Pendule et masses : la machine d'Atwood.

3.18 Bille qui remonte sur plan incliné.

Une bille de rayon R , de masse M et de moment d'inertie $J = \frac{2}{5}MR^2$ est placée au bas d'un plan incliné d'angle α avec l'horizontale. La bille a initialement un mouvement de roulement sans glissement de vitesse de translation v_0 . Le coefficient de frottement solide entre la roue et le sol est noté f .

1. Calculer la vitesse de rotation initiale Ω_0 .
2. Calculer la vitesse de rotation et de translation sur le plan incliné.
3. Vérifier l'hypothèse faite.
4. Que penser d'une approche énergétique ?
5. Que se passerait-il si le coefficient de frottement solide était nul ?

3.19 Pendule articulé.

Un cylindre homogène plein de rayon R , de masse m , de centre d'inertie G , et de moment d'inertie $J = \frac{1}{2}mR^2$ autour de l'axe Gz , est relié par une liaison pivot parfait à une tige de longueur a et de masse négligeable. Cette tige est fixée au plafond par une liaison pivot parfait en O .

Etudier le mouvement du pendule. Comparer vos résultats à ceux obtenus sur une masse ponctuelle. Reprendre l'étude en supposant le cylindre, non pas lié par la tige par une liaison pivot parfaite, mais fixé solidairement à la tige.

3.20 Bille dans un bol.

Une bille, sphère de masse m et de rayon r , est déposée à $t = 0$ dans un bol sphérique de rayon R en M_0 (repéré par un angle θ_0 par rapport à la verticale). Le coefficient de frottement solide bille-bolle est caractérisée par un coefficient f sans dimension. On supposera le mouvement sans glissement.

1. Trouver l'équation dont est solution $\theta(t)$.
2. Dans l'hypothèse des petits mouvements, simplifier et résoudre cette équation.

3. Quelle est l'allure du portrait de phase correspondant au mouvement décrit dans la question précédente. (Préciser le sens de parcours de la trajectoire).
4. Retrouver l'équation établie au 2 par une étude énergétique. Justifier l'intérêt.

3.21 Oscillateur à ressort.

Un cylindre homogène plein de rayon R , de masse m , de centre d'inertie G , et de moment d'inertie $J = \frac{1}{2}mR^2$ autour de l'axe Gz , est relié par une liaison pivot parfait à un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 . L'autre extrémité de ce ressort est fixée à un mur vertical en O située plus haut sur le plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Le cylindre est donc posé sur le plan incliné. Le coefficient de frottement solide entre la bille et la table est f . Aucune autre force de frottement, en particulier avec l'air n'est prise en compte.

Etudier le mouvement sachant que le cylindre est écarté de sa position d'équilibre de a et lâché sans vitesse initiale.

3.22 Couteau immobile sur un bol.

Un couteau métallique de masse m , assimilée à une barre homogène de longueur L , est posé sur les bords supérieurs d'un bol de rayon R avec $2R < L$ et de telle sorte que le couteau dépasse de part et d'autre du bol.

Déterminer les deux réactions du bol sur la tige.

3.23 Petite bille sur une grande bille.

Un grande bille de centre O et de rayon R est immobile. A son sommet est placé une petite bille de centre G de rayon r et elle roule sans glisser sur la grande bille. La rotation du centre de gravité G de la petite bille est repérée par un angle $\theta(t)$ et la rotation de la petite bille sur elle même est repérée par l'angle $\varphi(t)$, ces deux angles étant pris par rapport à un axe fixe Ox dans R . Le moment d'inertie de la petite bille est $J = \frac{2}{5}mr^2$ autour de l'axe Gz . Le coefficient de frottement solide entre les deux billes est noté f .

1. Etudier le mouvement de la petite bille
2. Calculer l'angle de décollement de la petite bille θ_d sur la grande bille.
3. La petite bille roule-t-elle sans glisser jusqu'à son décollement ?

3.24 Barre sur deux rouleaux tournants : expérience de Timochenko

Deux cylindres distant de d et de rayon R sont mis en rotation à vitesse respective $+\omega_0\vec{u}_y$ et $-\omega_0\vec{u}_y$ très grande. Une barre homogène de longueur l est placée sur ces deux rouleaux, telle que G soit au

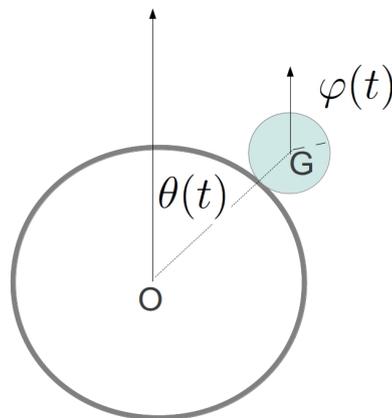


FIGURE 3.2 – Petite bille sur une grande bille.

milieu des deux rouleaux à $t=0$ et on constate que le centre de gravité de la barre à un mouvement oscillant et ne décolle pas. Le coefficient de frottement solide barre-rouleau est noté f .



FIGURE 3.3 – Barre sur deux rouleaux tournants.

1. Etudier le mouvement de la barre.
2. Que se passerait-il si les deux rouleaux tournaient en sens inverse ?

3.25 Singe sur une perche.

Un singe assimilé à une masse ponctuelle m en A se déplace sur une perche OB , fixée en O , qui tombe. A $t=0$, il monte à partir de O , à une vitesse v_0 le long de la tige.

La perche est assimilée à une barre homogène mince de masse M , de longueur L et de moment d'inertie

$J = \frac{1}{3}ML^2$ par rapport à l'axe Oz. La liaison en O est une liaison pivot parfait et le mouvement de la tige est repéré par un angle θ .

1. Déterminer le vecteur \overrightarrow{OA} et donc \vec{V}_A
2. Déterminer l'énergie cinétique du système perche-singe.
3. Etudier le mouvement du système ci-dessus.

3.26 Onde dans la corde de Melde

Une corde de masse linéique μ est tendue avec une tension T_0 . On néglige les effets de la pesanteur. La corde a une longueur L et s'étend de $x=0$ à $x=L$. Elle est fixée en $x=L$.

1. Retrouver par analyse dimensionnelle la vitesse de propagation des ondes dans la corde.
2. Etablir rapidement l'équation d'une petite perturbation $y(x, t)$ dans la corde.

On impose alors à l'extrémité $x=0$ le mouvement : $y(0, t) = 0$ pour $t < 0$

$$y(0, t) = a \cdot \frac{t}{\tau} \text{ pour } 0 < t < \tau$$

$$y(0, t) = a \text{ pour } \tau < t < 3\tau$$

$$y(0, t) = a \frac{5\tau - t}{2\tau} \text{ pour } 3\tau < t < 5\tau$$

$$\text{où } L = 20C\tau.$$

3. Dessiner la forme de la corde à $t = 7\tau$.
4. Dessiner de même la forme de la corde à $t=21\tau$.
5. Dessiner de même la forme de la corde à $t=30\tau$

3.27 Corde vibrante conductrice.

On étudie les petits mouvements dans la direction Oz d'une corde métallique de longueur L fixée en ses deux extrémités d'abscisses $x=0$ et $x=L$. On néglige la pesanteur. La corde est parcourue par un courant d'intensité $I = I_0 \cos(\omega t)$ et plongée dans le champ magnétique $\vec{B} = B_0 \sin(\frac{\pi x}{L})\vec{e}_y$. Etablir l'équation du mouvement de la corde et en chercher les solutions en régime forcé.

Discuter la résonance éventuelle.

3.28 Description Eulérienne et Lagrangienne.

Soit le champ de vitesse suivant :

$$\vec{v} = 2 \cdot x^2 \cdot y \cdot \vec{e}_x - 2 \cdot x \cdot y^2 \cdot \vec{e}_y$$

1. Le champ est-il stationnaire ?
2. Déterminer $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ pour une particule se trouvant en $(1,1,0)$ à l'instant $t = 0$.

3. Calculer les composantes sur chaque axe de l'accélération en dérivant deux fois par rapport au temps les expressions temporelles obtenues précédemment. Comparer avec l'expression de l'accélération obtenue en utilisant la description Eulérienne (calcul avec la dérivée totale du champ de vitesse).

3.29 Cinématique des fluides.

Un écoulement stationnaire plan, incompressible et potentiel vérifie $v_x = U_0(1 - x + y - x^2 - x \cdot y + y^2)$
Déterminer v_y sachant qu'il y a un point d'arrêt en (1,1) .

3.30 Vitesse dans un convergent.

Un écoulement unidirectionnel dans un convergent est donné par $\vec{v} = U_0(1 + \frac{x}{L})\vec{e}_x$

1. Déterminer l'accélération d'une particule.
2. Pour une particule située en $x = 0$ à $t = 0$, déterminer l'expression de sa position $x(t)$.
3. Dédurre de l'expression précédente un expression de l'accélération de la particule. Conclure.

3.31 Ecoulement non stationnaire compressible.

Pour un écoulement, on donne le champ de vitesse et la masse volumique : $\vec{v}(M, t) = \frac{a \cdot x}{1 + a \cdot t} \vec{e}_x$ et $\rho(M, t) = \rho_0 \frac{1}{1 + a \cdot t}$

1. Discuter la dimension de ces données.
2. Vérifier l'équation de continuité.
3. Calculer la masse totale à l'intérieur d'un volume de contrôle cylindrique de section S entre les plans $x = 1$ et $x = 3$.
4. Calculer le taux de variation temporelle de cette masse.
5. Déterminer le flux de masse traversant le volume de contrôle. Comparer ce résultat avec le précédent.

3.32 Ecoulement caractérisé par son champ de pression.

Pour un écoulement non visqueux, incompressible et stationnaire le champ de pression s'écrit :
 $p(M) = 4x^3 - 2y^2 - yz + 5z$
Déterminer l'accélération d'une particule qui se trouve au point (1,1,-5) , on prend $g = 10\text{m.s}^{-2}$ et $\rho = 1\text{kg.m}^{-3}$.

3.33 ARQS et vidange de Torricelli

Pour mieux comprendre la validité de l'approximation d'un régime stationnaire lors de l'étude de la vidange d'un récipient, le modèle non stationnaire suivant est proposé. L'orifice du récipient est relié à une canalisation horizontale, de longueur L , de section constante s (très petite devant la section S du récipient) dans laquelle la vitesse du fluide est de la forme $\vec{v} = v(x, t)\vec{e}_x$. A $t=0$, la vanne permettant au fluide de s'écouler est ouverte en B. La mise en vitesse du fluide est étudiée avec les hypothèses suivantes :

l'accélération locale du fluide n'est importante que dans la canalisation et une petite région du récipient proche de l'orifice.

1. Montrer que v ne dépend que de t dans la canalisation.
2. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit $v(t)$.
3. Intégrer cette équation en faisant apparaître une vitesse limite v_l .
4. Evaluer le temps au bout duquel v diffère de 5% de v_l . Données : $h=2\text{m}$ et $L=1\text{m}$.
5. A la lumière de ces résultats, commenter la validité de la formule de Torricelli.

3.34 Vidange.

Le réservoir est rempli d'un fluide incompressible, de masse volumique μ , sur une hauteur h_0 . A l'instant $t=0$, on ouvre au fond du réservoir un orifice de section $s \ll S$. On suppose que la vitesse v des particules de fluide est uniforme sur une section du jet de sortie.

1. Déterminer à un instant t quelconque la vitesse $v(t)$ du jet de sortie.
2. Quel est le débit volumique initial D_0 ? Quelle serait la durée τ de la vidange si celle-ci se faisait à débit constant ? On donne $S=1 \text{ m}^2$, $h_0=1,6 \text{ m}$ et $s=2 \text{ cm}^2$
3. On se place dans l'hypothèse d'un régime quasi-stationnaire : à chaque instant t , la vidange est assimilée à un régime permanent. Etablir une équation différentielle décrivant l'évolution de $h(t)$. Résoudre cette équation et en déduire la valeur de la durée de vidange.

3.35 Ecoulement dans une seringue.

Dans une seringue, le corps du tube a une section S et l'aiguille une section s . Le piston se déplace sans frottement et le liquide contenu dans la seringue est assimilé à un fluide parfait de masse volumique $\mu = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

1. Exprimer le débit volumique q_v du liquide en fonction des vitesses d'écoulement v dans l'aiguille et V dans le corps de la seringue.
2. Exprimer la pression exercée par le fluide sur le piston.
3. En déduire la force \vec{F} que l'opérateur doit exercer sur le piston en fonction du débit volumique.
4. Calculer la force \vec{F} si l'on veut $q_v = 1 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$ avec $S = 1 \text{ cm}^2$ et une aiguille de diamètre $d = 0,30 \text{ mm}$.

3.36 Tube en rotation.

On considère un tube en U en rotation uniforme autour de l'axe (Δ) à la vitesse de rotation instantanée $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$. On s'intéresse au régime établi. Le tube contient un liquide de masse volumique ρ_0 .

Calculer la différence d'altitude entre A et B en fonction de la vitesse de rotation.

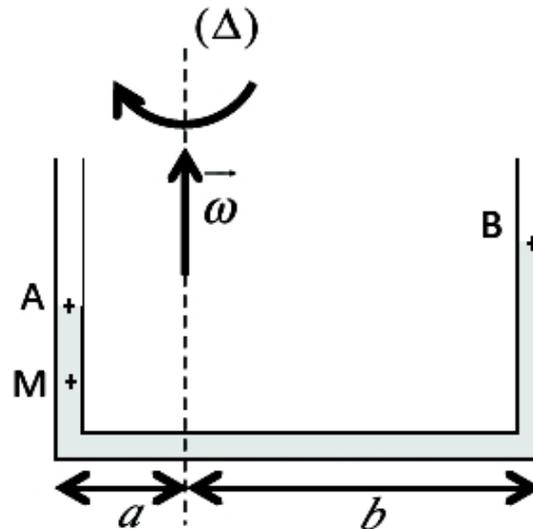


FIGURE 3.4 – Tube en rotation uniforme autour de l'axe Δ .

(L'étude peut être menée dans le référentiel terrestre comme dans le référentiel du tube.)

3.37 Tube en L.

Un tube en L, comportant deux bras de longueur L , l'un vertical l'autre horizontal, (comme un L donc...), de section constante est rempli d'un fluide parfait homogène et incompressible de masse volumique μ . L'extrémité supérieure A est ouverte alors que l'extrémité inférieure B est fermée par un bouchon. A l'instant $t=0$, on ôte le bouchon.

1. Déterminer, juste après la suppression du bouchon, la chute de pression en tout point du tube. On distinguera le cas d'un point dans le tube vertical du cas d'un point dans le tube horizontal.
2. Exprimer la vitesse de vidange en fonction de z pendant la vidange du tube vertical puis la vitesse dans le cas de la vidange du tube horizontal.

3.38 L'eau du robinet.

Le jet d'eau provenant d'un robinet a un diamètre moins important au fur et à mesure qu'il tombe. Expliquer pourquoi. Exprimer ce diamètre en fonction de la distance d par rapport au robinet (celui-ci

a un diamètre D et l'eau sort à la vitesse v_0). Effectuer l'application numérique en donnant des valeurs raisonnables aux grandeurs qui interviennent.

3.39 Cheminée.

On étudie l'écoulement d'air dans une cheminée 3.5. La température à l'intérieur du conduit est supposée constante, égale à 150°C . La température extérieure est de 10°C , la pression extérieure de 1 bar. L'air est assimilé à un gaz parfait.

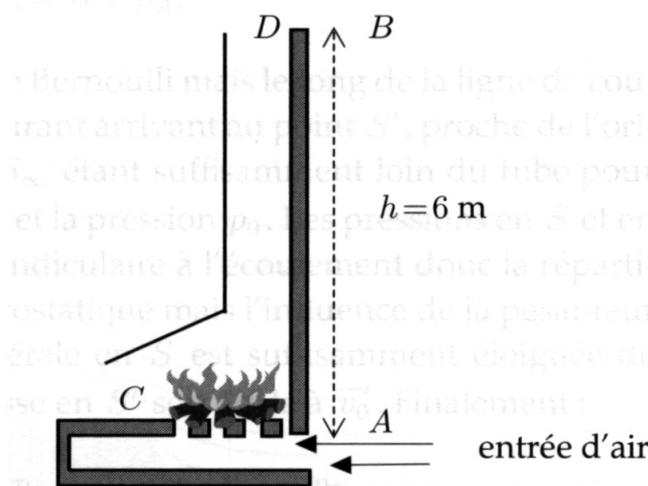


FIGURE 3.5 – Ecoulement dans la cheminée.

1. Calculer $P_A - P_B$ où A est un point de l'entrée d'air juste sous le feu et B un point en haut de la cheminée.
2. Exprimer puis calculer la vitesse v_D à la sortie D du conduit en supposant que la vitesse de l'air en C est nulle.
3. En réalité, la vitesse est plus faible. Pourquoi ?

3.40 Force de l'eau sur une péniche.

Une péniche, de surface S , est immobile sur un canal dont l'eau, de viscosité η , est au repos, parfaitement horizontale, de profondeur h . Elle est mise en mouvement par une traction dirigée selon son axe longitudinal. Le régime permanent atteint, elle est animée d'un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse V_0 . On ne considérera que la portion de fluide sous la péniche.

1. En admettant l'hypothèse d'adhérence entre la surface de l'eau et la péniche donner l'expression de la force de traction en fonction de la force de viscosité.

2. Donner l'expression de cette force de viscosité en fonction des caractéristiques du fluide et du mouvement de la péniche.
3. Intégrer l'équation différentielle obtenue en fonction des conditions initiales.
4. En déduire l'expression de la force de traction.

3.41 Écoulement du pétrol.

Calculer le nombre de Reynolds de l'écoulement du pétrole dans l'oléoduc de l'Alaska dont le diamètre est 1,2 mètres. Le pétrole brut a une masse volumique de $8500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et une viscosité de $0,3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Il s'écoule avec un débit de 3400 litres par seconde. L'écoulement est-il laminaire ou turbulent ?

3.42 Parachutisme.

La masse d'un parachutiste avec son équipement est de 120 kg. Le coefficient de traînée du parachute ouvert est 1,2 et son diamètre de 6 mètres.

Quelle est la vitesse limite de descente du parachutiste ?

Ce parachutiste doit se poser sur l'aéroport de La Paz en Bolivie, à 4200 mètres d'altitude. Peut-il garder le même parachute ?

3.43 Force de poussée d'une fusée.

On considère une fusée qui quitte la Terre à l'instant $t=0$. Pour simplifier, on suppose que la fusée remplie d'un gaz, éjecté avec le débit massique $a = -\frac{dm}{dt} > 0$ où $m(t)$ désigne la masse contenu dans la fusée à l'instant t . On note \vec{u} , la vitesse d'éjection des gaz, relativement au référentiel de la fusée. Calculer la force de poussée de la fusée.

3.44 Chariot propulsé.

Considérons un chariot sur lequel est posé un récipient de grande section S , percé d'un orifice de section s ($s \ll S$) par où s'échappe un jet de fluide parfait, incompressible. Notons μ la masse volumique du fluide.

1. En raisonnant sur un système clairement défini, établir la variation de quantité de mouvement du chariot entre les instants t et $t+dt$. On projettera cette relation sur Ox . On exprimera l'accélération en fonction de g et de μ le rapport entre la section de l'orifice et la section du récipient.
2. Donner l'expression de la vitesse du chariot en fonction du temps.

3.45 Tube coudé

Un tuyau cylindrique de section circulaire de diamètre d est coudé à angle droit. Il est posé sur un plan horizontal et contient de l'eau, assimilée à un fluide parfait et incompressible s'écoulant avec un débit volumique D_v . La pression de l'eau dans le tube est p_1 . L'air extérieur est à la pression p_0 . Calculer la résultante des forces s'exerçant sur le coude.

Application numérique : $d=0,20\text{m}$, $D_v=0,16\text{m}^3.\text{s}^{-1}$; $p_1=6$ bars et $p_0=1$ bar.

3.46 Oscillations dans un baromètre au mercure.

Un baromètre est constitué d'un tube cylindrique vertical de section s faible, plongé dans une cuve remplie de mercure (on donne la masse volumique du mercure : $\rho=13350 \text{ kg.m}^{-3}$). La surface libre du mercure dans la cuve a une aire $S \gg s$, ce qui permet de négliger la vitesse du mercure en tout point de la cuve. La pression atmosphérique est $P_0=1$ bar.

1. Dans une situation d'équilibre, déterminer la cote h de la surface libre, s , du mercure par rapport à la surface libre du mercure dans la cuve. Application numérique : calculer h en prenant $g=9,81 \text{ m.s}^{-2}$.
2. On suppose que le tube a une longueur $h_0 < 2h$. A $t=0$, on suppose le tube entièrement rempli de mercure. On note $z(t)$, la cote de la surface libre du mercure dans la cuve. Par une méthode énergétique, trouver l'équation qui régit l'évolution de $z(t)$.
3. Analyser qualitativement cette équation. Décrire le mouvement dans ses grandes lignes.
4. Etudier le cas particulier des petites oscillations.

3.47 L'eau du moulin.

A la sortie d'un injecteur, le jet d'eau, de vitesse horizontale de module v_S , frappe successivement les aubes d'une roue (plaques planes disposées radialement à la périphérie de la roue) de très grand rayon. On peut assimiler le déplacement des aubes dans la zone d'action du jet d'eau à une translation de vitesse constante parallèle au jet. Le jet d'eau frappe normalement chaque plaque et rejaillit latéralement avec une vitesse (par rapport à la plaque) parallèle à la plaque. On note d le diamètre de la section du jet incident et μ la masse volumique du fluide.

1. Exprimer (en fonction de d , μ , V et v_S) la force normale que le jet d'eau exerce sur les plaques.
2. Exprimer la puissance mécanique P ? reçue par les plaques et en déduire le rendement P'/P de la turbine en fonction de V/v_S . P est la puissance cinétique du jet incident.
3. A quelle vitesse doit tourner la roue de rayon $R=3$ m pour que ce rendement soit maximal, sachant que la dénivellation entre la surface de l'eau du barrage et la sortie de l'injecteur est $H=165$ m.

3.48 Violon

Quelle doit être la tension d'une corde de violon de 330mm de long et de masse linéique $\mu=0,38\text{g.m}^{-1}$ pour qu'elle soit accordée sur 660Hz ?

3.49 Piano

Un piano émet des sons de 27,5Hz à 4186Hz. Si la plus haute fréquence est émise avec une corde de 15cm de long, quelle doit être la longueur de la corde de plus basse fréquence ?

3.50 Onde acoustique dans l'eau

Soit une onde acoustique plane qui se propage dans l'eau avec une vitesse de 1480m.s^{-1} . Elle véhicule une puissance moyenne de 1W uniformément répartie sur une section circulaire de 40cm de diamètre, normale à la direction de propagation. La fréquence de l'onde est égale à 24kHz.

1. Calculer l'intensité acoustique. Quel est en dB le niveau de l'intensité acoustique relativement à un niveau de référence de 10^{-12}W.m^{-2} qui correspond au seuil à peine audible ?
2. Calculer l'amplitude de la pression acoustique, l'amplitude de la vitesse des particules et l'amplitude du déplacement des particules.
3. Comparer avec les résultats obtenus si cette onde se propageait dans l'air.

3.51 Expérience avec un diapason.

On fait vibrer un diapason au-dessus d'un tube vertical ouvert rempli d'eau. On fait baisser lentement le niveau de l'eau. Pendant que cela se produit, l'air au-dessus de l'eau résonne avec le diapason lorsque la distance entre la surface de l'eau et l'ouverture du tuyau est de 12,5 cm puis 37,5 cm. Quelle est la fréquence du diapason ? On prendra $T=20^\circ\text{C}$.

3.52 Guitare

Un guitariste étudie le timbre de son instrument selon la manière dont il pince les cordes (chacune de longueur L, tendue entre les positions $x=0$ et $x=L$) à l'origine des dates.

1. Déterminer la solution générale de l'équation de propagation de petites élongations transversales compte tenu des conditions initiales.
2. Déterminer le spectre d'amplitude sachant qu'on modélise la corde pincée de la manière suivante. Du bout du doigt, il amène à l'instant initial le point d'abscisse à l'ordonnée h, les deux moitiés de la corde formant alors chacune un segment de droite, et le lâche sans vitesse initiale.
3. Le spectre d'intensité est proportionnel à l'énergie cinétique de la corde pour chaque forme et donc de la forme . Exprimer I_n en fonction de n.

4. Le musicien sait que le 6ième harmonique ($n=7$) est évité dans la musique occidentale. Quelle valeur de k doit-il choisir ? Quelle est alors l'allure du spectre ?
5. Il choisit en fait $k=2$. Se rapproche-t-il d'un son sinusoïdal ou s'en éloigne-t-il ?

3.53 Câble coaxial

On considère la propagation d'une onde électrique dans un câble coaxial. Une portion de câble de longueur élémentaire dx est modélisable de la façon suivante 3.6

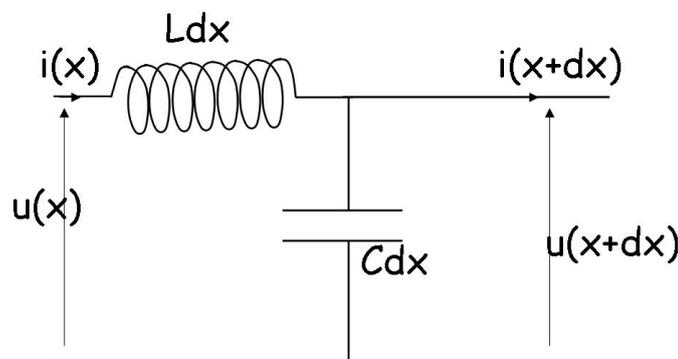


FIGURE 3.6 – Modèle de câble coaxial.

L est l'inductance linéique du câble et C la capacité linéique de ce même câble.

1. Etablir deux équations électriques vérifiées par $i(x,t)$ et $u(x,t)$.
2. En déduire l'équation de propagation de l'onde de tension $u(x,t)$.
3. Quelle est la célérité des ondes électriques dans le câble ?
4. On suppose le câble de longueur L . Un générateur de tension impose $u(x=0,t)=u_0 \cos(\omega t)$ et l'autre extrémité est court-circuitée. Déterminer $u(x,t)$ et $i(x,t)$.
5. Déterminer de même $u(x,t)$ et $i(x,t)$ si le câble est ouvert en $x = L$.

3.54 Câble dispersif.

Un élément de longueur dx d'une ligne bifilaire est modélisée par le schéma équivalent suivant où ρ est la résistance linéique et γ la capacité linéique 3.7

1. Etablir l'équation de propagation dont la tension $u(x,t)$ est solution. Citer un phénomène solution d'une équation analogue.

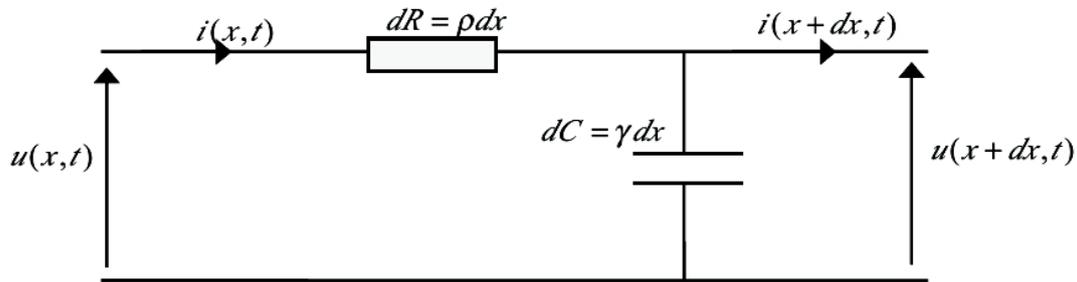


FIGURE 3.7 – Modèle de câble dispersif.

2. Chercher les solutions stationnaires de la forme $u(x,t) = f(x)g(t)$. Montrer que si on court-circuite la ligne de longueur L en ses extrémités de telle sorte que $u(0,t) = u(L,t) = 0$, seuls des modes repérés par un entier n peuvent exister.
3. A l'instant $t = 0$, les condensateurs sont chargés avec une tension $u(x, t = 0) = 4A \sin^3(\frac{\pi x}{L})$ et on court-circuite les extrémités de la ligne de longueur L ; $u(0,t) = u(L,t) = 0$. Prévoir sans calcul l'état final de la ligne. Puis déterminer $u(x,t)$, faire apparaître une durée caractéristique et commenter.

3.55 Onde sonore.

On étudie la propagation d'une onde sonore plane dans un fluide non visqueux. On pose

$$P(M, t) = P_0 + p_1(M, t)$$

$$\mu(M, t) = \mu_0 + \mu_1(M, t)$$

1. Montrer que

$$\frac{\partial^2 \mu_1}{\partial t^2} = \Delta p_1$$

On suppose que les variations de pression et de masse volumique ne sont pas en phase, de telle sorte que la relation entre p_1 et μ_1 est :

$$p_1(M, t) = c^2 \left(\mu_1 + \tau \frac{\partial \mu_1}{\partial t} \right)$$

2. Quelle est la signification physique de τ ?
3. Etablir l'équation de propagation de la surpression.
4. Etablir la relation de dispersion.
5. On suppose $\omega\tau \ll 1$. En faisant les simplifications qui s'imposent, établir l'expression de la surpression. Déterminer la vitesse de phase et la vitesse de groupe. Commenter.

Chapitre 4

Optique.

4.1 Remarques spécifiques.

1. "Il faut commencer pas posséder le cours."
2. "L'utilisation des lentilles dans tous les cas (réel, virtuel) devrait être mieux assimilée."
3. "Nous remarquons que certains candidats éprouvent toujours des difficultés dans les constructions géométriques simples, en particulier lorsqu'il y a des lentilles divergentes, ou lorsque les objets sont virtuels. Les constructions géométriques des images virtuelles ne sont pas maîtrisées."
"
4. "Il serait bon de privilégier la recherche des images en effectuant d'abord une construction géométrique, même approximative qui dégage les propriétés optiques du système et seulement ensuite de passer au calcul numérique correspondant. Dans le cas d'une recherche d'images à travers une suite de systèmes optiques, il est souvent prudent d'effectuer des étapes numériques intermédiaires."
5. "On constate des difficultés pour trouver l'interfrange à partir de l'expression de la différence de marche sans calculer l'intensité."
6. "les interférences à deux ondes sont parfois mal exposées, voir mal connues."
7. "Que penser du lien entre interférence et diffraction..."
8. TP : "Avant de mesurer les distances, on s'assurera de la qualité de la mise au point."
9. TP : "L'interférométrie exige beaucoup de soin et de rigueur dans les réglages."

4.2 Questions de cours.

1. La réfraction en optique géométrique : application
2. Fibres optiques à saut d'indice : principe et applications
3. Focométrie.
4. Le prisme.

5. Le miroir sphérique dans l'approximation de Gauss.
6. Système afocal à partir d'une lentille convergente et d'une lentille divergente.
7. Interférences à deux ondes.
8. Le michelson en lame d'air.
9. Le michelson en coin d'air.
10. La cohérence temporelle.
11. Décrire deux dispositifs expérimentaux dispersifs. Préciser simplement les principes physiques qui régissent leur fonctionnement.
12. Le réseau.
13. Diffraction.

4.3 L'illusion du baromètre de mercure.

Un baromètre au mercure est constitué d'un tube de verre, d'indice n , de rayon extérieure R_e et de rayon intérieur R_i . A l'intérieur se trouve du mercure, d'indice n' . L'observateur est loin et les rayons lumineux qui atteignent son oeil sont parallèles.

1. Dessiner le rayon lumineux 1 passant par le centre du tube ainsi que le rayon lumineux 2 qui passe par l'extrémité du tube de verre ; ces deux rayons devant arriver dans l'oeil de l'observateur.
2. En déduire alors une relation entre n , n' et les deux rayons afin que l'observateur ne voit que le mercure.
3. Pourquoi parler d'illusion d'optique ?

4.4 Réflexion et réfraction sur un milieu dispersif.

Un verre d'indice $n_r = 1,595$ pour la lumière rouge et $n_v = 1,625$ pour le violet. Un rayon de lumière "blanche" se propage dans ce verre et arrive sous une incidence de 35° à la surface de séparation avec l'air.

1. Sachant que la lumière blanche n'est composée que de quelques raies de lumière (dont une rouge et une violette étudiée par la suite), expliquer en quelques mots le principe d'émission de la lumière.
2. Pourquoi dans ce cas précis dit-on que le verre est milieu dispersif ?
3. Calculer l'angle que font dans le verre et dans l'air les rayons rouge et violet. Faire un schéma où apparaissent les deux rayons rouge et violet.
4. Calculer l'intervalle des angles d'incidence pour avoir réflexion totale pour un rayon (une couleur, préciser laquelle) mais pas pour l'autre.

4.5 Méthode de Bessel.

L'objet AB et l'écran sur lequel est observé l'image $A'B'$, sont fixés, et distants de D . On cherche à obtenir une image nette $A'B'$ de l'objet sur l'écran à l'aide d'une lentille L , de focale f' .

1. Faut-il choisir une lentille convergente ou une lentille divergente ?
2. x désigne la distance OA . Trouver l'équation dont p est solution.
3. Montrer que si $D \geq D_{min}$ que l'on précisera, il existe deux positions possibles de la lentille repérées par O_1 et O_2 de L .
4. Déterminer les deux solutions et les représenter graphiquement. Dans chaque cas, déterminer $x_i = O_iA$, $x'_i = O_iA'$ et finalement le grandissement γ_i . Comparer et commenter.
5. Calculer la distance $d = O_1O_2$ en fonction de f' et D
6. Montrer que f' s'exprime en fonction de D et $d = O_1O_2$ par la formule suivante :

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

Cet exercice est un grand classique des concours et des épreuves de TP. La formule $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$ est appelée formule de Bessel, elle permet la détermination de la focale f' à l'aide de la mesure de d , la distance entre les deux positions de la lentilles donnant d'un objet A fixe une image nette A' sur un écran fixe.

4.6 Doublet de lentille.

Un doublet de lentille est un ensemble de deux lentilles non accolées, traversées successivement par la lumière. La première lentille L_1 a une focale $f'_1 = 2\text{cm}$, la seconde lentille L_2 une focale $f'_2 = 6\text{cm}$. Les deux lentilles sont placées de telle manière à ce que $\overline{O_1O_2} = 6\text{cm}$.

1. Dessiner à l'échelle le doublet de lentille.
2. Un objet AB est situé à une distance $\overline{O_1A} = -2\text{cm}$. Par le dessin, préciser la position de l'image intermédiaire A_1B_1 ainsi que de l'image finale $A'B'$. Pour cela, donner $\overline{O_1A_1}$ et $\overline{O_2A'}$. Donner le grandissement global.
3. Retrouver par le calcul la position de l'image intermédiaire, de l'image finale et le grandissement global.
4. Sur une nouvelle figure à l'échelle, tracer deux rayons parallèles à l'axe optique. Ces deux rayons à la sortie du doublet coupe l'axe optique en un point appelé "foyer image F' de la lentille équivalente au doublet." Justifier cette appellation. Déterminer graphiquement la position de F' par rapport à O_2 .
5. Par le calcul, retrouver la position de F' .
6. Sur une nouvelle figure, déterminer la position du "foyer objet F de la lentille équivalente au doublet" par rapport à O_1 .

7. Par le calcul, retrouver la position de F .
8. Déterminer la position et la vergence de la lentille équivalente au doublet.
9. On souhaite réaliser un système afocal. Que signifie ce terme ? Déterminer la distance $\overline{O_1O_2}$.
10. Une étoile à l'infini est observé par l'oeil emmetrope par la lunette. Cette observation est elle facile ?
11. L'angle d'incidence des rayons est de 10^{-3}Rad . Donner l'angle sous lequel est vue l'image en sortie ? Commenter.
12. Donner la latitude de mise au point de la lunette.

4.7 Utilisation d'une loupe.

Une loupe de philatéliste est assimilable à une lentille mince convergente de distance focale f .

1. Utilisation normale de la loupe.
L'utilisateur est jeune et possède une vue "normale" : il voit un objet entre $[d_{min}; d_{max}]$.
Rappelez la valeur de d_{max} et un ordre de grandeur de d_{min} .
On définit le grossissement pour cet utilisateur $G_u = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ où α_2 est l'angle sous lequel est vu l'objet à travers la lentille et α_1 l'angle sous lequel est vu l'objet situé à une d_{min} . Calculer G_u si l'observateur observe à travers la loupe sans accommoder. Calculer G'_u si l'observateur observe à travers la loupe en accommodant au maximum. Préciser dans chaque cas l'abscisses de l'objet et de l'image. (Faites un schéma pour chaque cas.)
2. Utilisation de la loupe par un oeil myope. A.N. $f = 2 \text{ cm}$ et $d_{min} = 15 \text{ cm}$.
L'intervalle de vision de cet oeil myope est $[9,4 \text{ cm}; 25 \text{ cm}]$. Calculer G''_u pour cet oeil qui voit l'objet sans accommoder. Comparer à G_u .
3. Projection sur un écran.
On utilise cette loupe pour projeter l'image d'un timbre rectangulaire bien éclairé de dimension $a.b$. On obtient alors sur l'écran une image $4a.4b$. Où sont situés l'écran et l'objet par rapport à la lentille ? Vérifier sur une figure soignée. A.N. $a = 15 \text{ mm}$ et $b = 25 \text{ mm}$.
4. Réalisation d'une petite lunette astronomique.
Cette loupe est utilisée pour observer l'image d'un objet donnée par une lentille de focale f_0 . La taille de l'objet éloigné est mesurée par l'angle α_0 sous lequel il est vu à l'oeil nu. Préciser le grossissement global de cette lunette comme défini dans la première question. L'image est elle droite ou inversée. Donner la distance qui doit séparer les deux lentilles minces.

4.8 Lunette de Galilée.

Une lunette de Galilée est formée d'un objectif assimilable à une lentille convergente L_1 , de focale $f'_1 = 30 \text{ cm}$ et d'un oculaire assimilable à une lentille divergente L_2 , de focale $f_2 = 6 \text{ cm}$. L'ensemble de ces deux lentilles doit constituer un système afocale.

1. Quelle est la position relative des deux lentilles ?

2. Calculer le grossissement de la lunette.
3. Donner la latitude de mise au point de l'instrument pour l'oeil emmetrope. (PR à l'infinie, PP à 25cm).
4. Un oeil myope de *Ponctum Remotum* a $d = 1m$ souhaite utiliser cette lunette sans fatigue. Quelle doit être la nouvelle position relative des deux lentilles ?

4.9 Microscope.

Un microscope est modélisé par deux lentilles minces convergentes de même axe optique. L'une L_1 (objectif) de distance focale $f'_1 = 1$ cm, l'autre L_2 (oculaire) de distance focale $f'_2 = 5$ cm. $F'_1F'_2 = l = 20$ cm. L'oeil est accolée à l'oculaire. On étudie une cellule (objet AB), dans un plan de front, A étant situé sur l'axe optique.

1. Où doit être situé l'image du point A pour que l'oeil effectue l'observation sans accommoder ? Quelle est la distance frontale de ce microscope.
2. Soit α' l'angle sous lequel l'oeil voit l'image définitive de AB à travers le microscope et α l'angle sous lequel il apercevrait l'objet en le plaçant au *Ponctum Proximum* (à 25cm de l'oeil). Calculer $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

4.10 Objet étendu à l'infini et miroir sphérique.

Le diamètre du soleil est $d = 1,4 \cdot 10^9$ m et la distance terre soleil $D = 1,5 \cdot 10^{11}$ m.

1. Quel est le diamètre angulaire du soleil ?
On fait une image du Soleil à l'aide d'un miroir sphérique convergent de rayon de courbure 1 m. La taille du miroir est donnée par son diamètre 10 cm.
2. A quelle position doit on placer l'écran pour que l'image du soleil soit nette ?
3. Quelle est la dimension de la tache lumineuse obtenue en plaçant un écran dans un plan à 50 cm en avant du miroir ?
4. Quelle est la dimension de la tache lumineuse obtenue en plaçant un écran dans un plan à 1 m en avant du miroir. On négligera d'abord l'ouverture angulaire α , avant de faire le calcul exact.
5. Les jours d'été, la puissance surfacique reçue par la terre est de $P_S = 1400$ W.m⁻². Calculer la puissance P_e reçue par unité de surface par l'écran situé à 50 cm.
6. Sachant que le miroir réémet cette énergie sous forme de rayonnement $P_e = 2\sigma(T_e^4 - T_0^4)$ avec T_e la température de l'écran, T_0 la température ambiante prise ici à 27°C, et σ la constante de Stephan, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ W.m⁻².K⁻⁴. Estimer la température de l'écran.

Cet exercice modélise la situation rencontrée au four solaire d'Odeillo.

4.11 Cavité optique confocale.

Pour former une cavité optique (comme celle utilisée dans les LASER), deux miroirs concaves de même rayon R sont mis face à face, distants de $\overline{S_2S_1} = D$. (Attention : M_1 désigne le miroir à droite de la cavité puisque c'est ce miroir qui réfléchit en premier la lumière.) Le point 0 désigne le milieu de la cavité. Une source de lumière est placée en A, en $x = \overline{OA}$ et émet un rayon de lumière vers le miroir M_1 .

1. En utilisant les relations de conjugaison de Newton, trouver une relation liant x , R et D afin que A soit sa propre image après réflexion sur M_1 et M_2 : $A \xrightarrow{M_1} A_1 \xrightarrow{M_2} A' = A$.
2. Discuter l'existence des solutions de cette équation si $D \neq R$.
3. Que dire dans le cas particulier d'une cavité confocale, où les foyers des deux miroirs sont confondus, $F_1 = F_2$?
4. Dans le cas de la cavité confocale, tracer le parcours d'un rayon initialement parallèle à l'axe des deux miroirs.
5. Toujours dans le cas de la cavité confocale, tracer le parcours d'un rayon quelconque.

4.12 Etude du dispositif des fentes d'Young avec une source S non ponctuelle.

Le dispositif des fentes d'Young est constitué d'un jeu de bifente d'épaisseur e très fine selon l'axe Ox et de longueur transverse selon Oy l très grande. On admet que ces deux fentes se comportent comme des sources ponctuelles secondaires cohérentes. Elles sont écartées d'une distance a selon Ox.

1. Dans les premières questions, on considère une source ponctuelle S monochromatique, placée hors l'axe optique du système des fentes à une distance $D_S \gg e$. Son abscisse est repérée par la coordonnées x_S . Un écran d'observation est placé à une distance D_M . On repère par x_M la coordonnée d'un point M d'observation de l'écran.
2. Calculer la différence de marche entre les deux ondes passant par les deux fentes à l'aide de développement limité en fonction de x_S et x_M . Cette fois ci on proposera une démonstration simplifiée.
3. En déduire alors l'éclairement $\epsilon(x_S, x_M)$ due à la source ponctuelle.
4. On s'intéresse maintenant à deux sources ponctuelles placées en $-d_S/2$ et $+d_S/2$. Calculer l'éclairement résultant.
5. A partir du résultat ci dessus, définir un facteur de contraste.
6. Regarder la première annulation du facteur de contraste et interpréter le.
7. On s'intéresse maintenant à une source non ponctuelle de largeur d_S placée sur l'axe optique, entre $-d_S/2$ et $+d_S/2$. Cette source est discrétisée en une somme de source ponctuelles incohérentes entre elles. Calculer l'éclairement résultant de la source non ponctuelle.

4.13 Etude du dispositif des fentes d'Young avec une source S non monochromatique.

Le dispositif des fentes d'Young est constitué d'un jeu de bifente d'épaisseur e très fine selon l'axe Ox et de longueur transverse selon Oy l très grande. On admet que ces deux fentes se comportent comme des sources ponctuelles secondaires cohérentes. Elles sont écartées d'une distance a selon Ox. On s'intéresse au cas d'une source ponctuelle S, placée sur l'axe optique Oz du système des fentes à une distance $D_S \gg e$ et un écran d'observation placé à une distance D_M . On repère par x_M la coordonnée d'un point M d'observation de l'écran.

1. La lampe est une lampe au sodium dont le spectre visible est constitué d'un doublet de longueur d'onde moyenne λ_m et de largeur $\Delta\lambda \ll \lambda_m$ de même éclairement. Calculer l'éclairement résultant de la source non monochromatique.
2. A partir du résultat ci dessus définir un facteur de contraste.
3. Regarder la première annulation du facteur de contraste et interpréter le.
4. La source est maintenant composée d'une unique raie de largeur $\Delta\sigma$ centrée sur un nombre d'onde $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$. La densité spectrale de la lampe est uniforme (valeur A) sur l'intervalle $[\sigma_0 - \Delta\sigma/2, \sigma_0 + \Delta\sigma/2]$ et nulle ailleurs. On parle alors de profil spectral carré en nombre d'onde. Calculer l'éclairement résultant de la source non monochromatique.

4.14 Trois fentes d'Young

On reprend l'expérience des trous d'Young avec cette fois 3 fentes fines, parallèles et équidistantes de b , éclairés par une onde plane et placées devant une lentille convergente de distance focale f' . On désigne par a l'amplitude de la vibration lumineuse issue de chaque fente et ϵ_0 l'éclairement correspondant à chaque onde. Calculer la répartition de l'éclairement $\epsilon(x)$ dans le plan focal image de la lentille.

4.15 Interféromètre de Michelson en lame d'air.

1. Faire un schéma simplifié du Michelson en lame d'air et matérialiser le trajet de la lumière.
2. Montrer sur le schéma que le Michelson est identique à une lame d'air d'épaisseur e .
3. Calculer la différence de marche dans le Michelson en lame d'air en fonction de e et i l'angle d'incidence sur le miroir.
4. Quelle est la nature de la figure d'interférence ?
5. Où se situe la figure d'interférence dans le cas d'une source non ponctuelle ?
6. Rappeler en quelques lignes la manière dont doit être réglé le Michelson en lame d'air.

4.16 Rayon des anneaux d'une lame d'air

Une lame d'air d'épaisseur e est éclairé par une lampe au mercure devant laquelle on a placé un diaphragme très peu ouvert et un filtre interférentiel isolant la raie verte de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0=546,1$ nm.

1. L'épaisseur de la lame est $e=1,1$ mm et la lentille de projection a une distance focale image $f'=1$ m. Déterminer l'ordre d'interférence p_0 au centre de la figure. Calculer les rayons R_1 et R_2 des deux premiers anneaux brillants.
2. On diminue la valeur de e . Comment les anneaux évoluent-ils sur l'écran ?

4.17 Michelson en coin d'air.

On observe les franges du coin d'air. Il est éclairé par une source étendue à l'infini. La figure d'interférences est projetée sur un écran à l'aide d'une lentille de distance focale $f'=20$ cm. La distance entre la lentille et l'écran est $D=1,30$ m. On mesure sur l'écran un interfrange $i=4$ mm. La lumière est monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0=546,1$ nm.

1. Dessiner le coin d'air et rappeler la différence de marche entre les deux ondes ?
2. Calculer et décrire la figure d'interférence.
3. Où se localise les franges d'interférence dans le cas d'une source étendue ?
4. Quel est alors l'intérêt de la lentille ? Quelle distance D_{min} était envisageable ici compte tenu de la lentille ?
5. Pratiquement, la lentille est elle plus proche du Michelson ou de l'écran ?
6. Déduire des mesures l'angle α entre les miroirs.
7. Expliquer expérimentalement comment passe-t-on du Michelson réglé en lame d'air au Michelson en coin d'air.

4.18 Franges de coin d'air

On observe les franges du coin d'air. Il est éclairé par une source étendue à l'infini. La figure d'interférences est projetée sur un écran à l'aide d'une lentille de distance focale $f'=20$ cm ; la distance entre la lentille et l'écran est $D=1,30$ m. On mesure sur l'écran un interfrange $i=4$ mm. La lumière est monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0=546,1$ nm.

1. Quel est l'angle α entre les miroirs ?
2. Combien voit-on de franges si les lames semi-réfléchissantes ont un diamètre $d=2$ cm ?

4.19 Nombre d'anneaux visibles dans le Michelson

La lumière issue d'une source ponctuelle monochromatique à l'infini optique est concentrée sur le centre des miroirs d'un interféromètre de Michelson réglé pour observer les franges d'égale inclinaison.

La lentille permettant de concentrer les rayons a un diamètre de 6 cm et est placée à 15 cm des miroirs. On a fait défiler 1000 franges au centre de la figure d'interférence depuis le contact optique. Combien observe-t-on alors d'anneaux sur l'écran placé dans le plan focal image de la lentille de projection ?

4.20 Interférence à N ondes : le Fabry Perrot

Intéressons à un interféromètre de Fabry Perrot, qui est équivalent à une lame d'air mais où cette fois, un grand nombre d'onde, N, font interférer entre elles.

La lumière est issue d'une source S ponctuelle et les interférences sont observées à l'infini (localisées pour une source étendue), comme pour le Michelson en lame d'air.

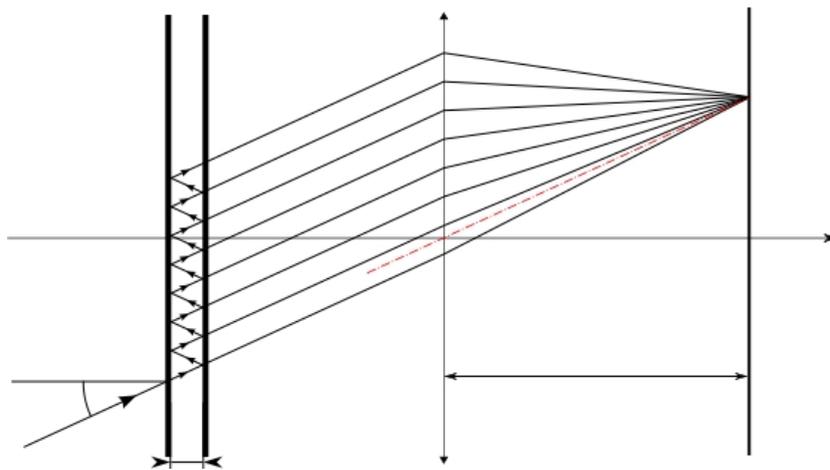


FIGURE 4.1 – Interférence à N ondes dans le Fabry Perrot.

1. Justifier que le recours à l'amplitude complexe pour l'étude de ce phénomène.
2. Montrer que le déphasage entre deux ondes successives est $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$
3. En déduire que l'amplitude complexe de la k-ème onde est $\underline{a}_k = r^{2 \cdot (k-1)} t^2 \underline{a}_0 \exp(-jk \cdot \varphi)$
4. Dans la sommation, on va prendre $N = \infty$. Justifier que cela est peu réaliste mais sans importance pour le résultat de la somme.
5. En déduire alors que l'éclairement est $\epsilon_{tot} = \epsilon_0 \cdot R^2 \cdot \frac{1}{1 + R^2 - 2 \cdot R \cdot \cos(\varphi)}$. Commenter.

4.21 Filtre interférentiel : interférences à ondes multiples.

Dans le filtre interférentiel, L_1 et L_2 sont deux lames minces identiques parallèles et distantes de e . Chaque lame possède un pouvoir de réflexion R et de transmission T pour l'intensité lumineuse ($R + T = 1$). Un rayon incident, d'intensité I_0 , donne alors naissance à une infinité de rayons transmis notés (1), (2)(n) ... et une infinité de rayons réfléchis (1'), (2'), ... (n'), ...

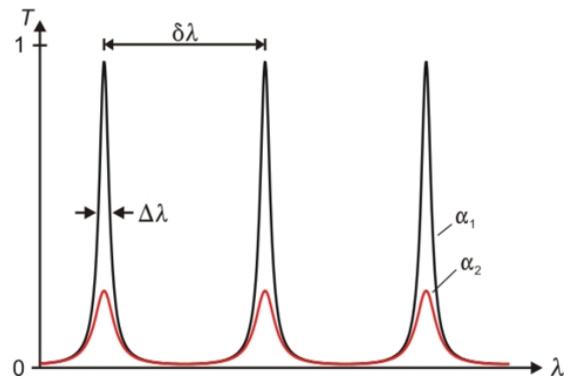


FIGURE 4.2 – Interférence à N ondes, éclairement du Fabry Perot.

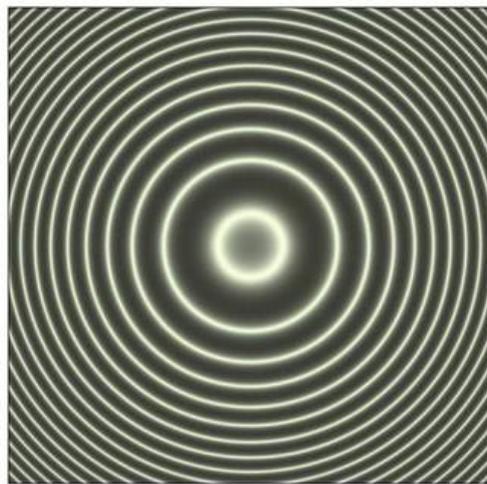


FIGURE 4.3 – Figure d'interférence à N ondes : les anneaux sont très fins.

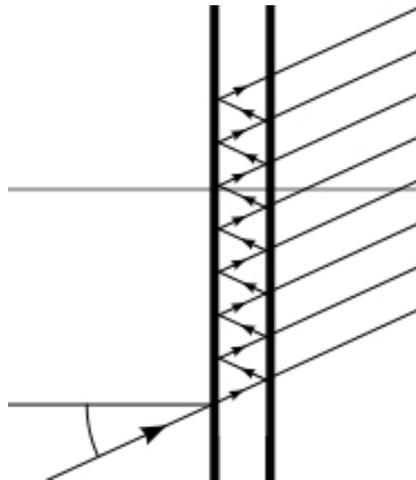


FIGURE 4.4 – La lame du filtre interférentiel (seuls les rayons transmis sont représentés).

1. Calculer les intensités propres de tous ces rayons en fonction de I_0 , R et T (sans se préoccuper des phases).
2. Les lames sont non traitées de sorte que $R = 0,1$ et $T = 0,9$. Quels sont les rayons qui interfèrent avec un bon contraste ?
3. Les lames sont maintenant traitées de sorte que $R = 0,9$ et $T = 0,1$. Quels sont alors les rayons qui interfèrent avec un bon contraste ?
4. On s'intéresse dans ce dernier cas aux rayons transmis. On note φ le déphasage entre le premier et le second rayon transmis. Déterminer l'amplitude du k ème rayon transmis.
5. Déterminer φ en fonction de e et de l'incidence i du rayon sur la lame.
6. En déduire l'amplitude et l'intensité associées au faisceau de lumière transmis.
7. Représenter l'intensité $I(\varphi)$ et déterminer la largeur à mi-hauteur de chaque pic d'intensité.
8. Le système est maintenant éclairé sous incidence normale par un faisceau parallèle de lumière blanche.

Montrer qu'il est possible de choisir l'épaisseur e de sorte que pratiquement une seule longueur d'onde λ_0 soit transmise par le système alors appelé filtre interférentiel. Définir et calculer la "largeur spectrale" $\Delta\lambda$ du filtre .

4.22 Le réseau.

Considérons un réseau constituées de $N=200$ fentes/cm de largeur e très petite selon Ox , de largeur L selon Oy très grande, distantes de a les unes des autres. On souhaite calculer l'éclairement résultant du réseau dans les conditions de Fraunhofer. L'angle d'incidence sur le réseau est noté i et l'angle d'observation i' . (On conserve les termes en sin dans le cas des calculs sur le réseau). La lumière est supposée monochromatique, exceptée à la dernière question.

1. Calculer la différence de marche entre deux ondes passant par deux centres de fentes successives.

2. Rappeler la condition pour avoir des franges brillantes. Justifier que cette condition est stricte dans le cas des interférences.
3. Etudier l'éclairement résultant des N ondes et montrer que l'éclairement est

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_0 \left(\frac{\sin(N\pi\delta/\lambda_0)}{\sin(\pi\delta/\lambda_0)} \right)^2$$

4. Tracer et commenter la figure d'éclairement en fonction de δ .
5. On image alors la lampe composée de deux raies de longueur d'onde différente. Calculer et représenter l'éclairement résultant.
6. A partir du résultat ci dessus, déduire pour quel ordre d'interférence observe-t-on la décomposition de la lumière. Est ce le bleu ou le rouge la longueur la plus déviée quand il y a dispersion de la lumière blanche par le réseau ?

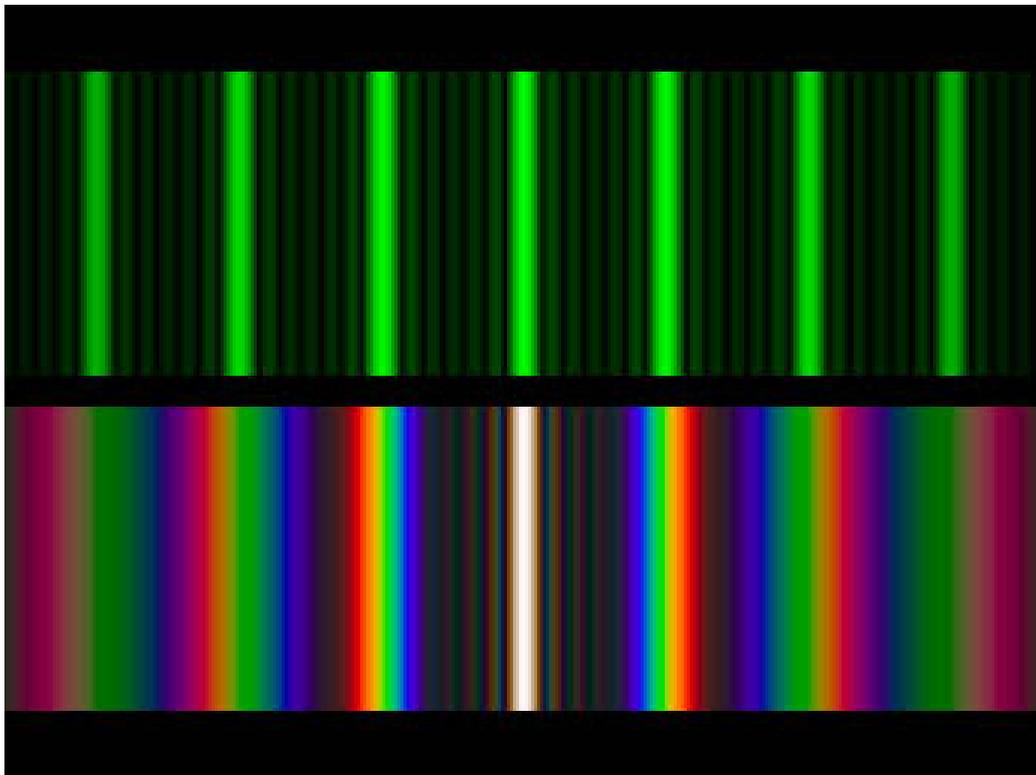


FIGURE 4.5 – Interférence à N ondes dans un reseau et décomposition de la lumière blanche.

4.23 Etude expérimentale d'un filtre jaune.

On désire mesurer la valeur de la bande passante $\Delta\lambda$ d'un filtre jaune. Pour cela, on utilise une lame d'air.

On éclaire la lame avec une source de lumière blanche placée devant le filtre. On place au foyer image de la lentille de projection un photorécepteur qui fournit une tension proportionnelle à son éclairement et qui est relié à une table traçante dont le bras se déplace à la vitesse de 1cm.s^{-1} . L'une des lames semi-réfléchissantes se déplace à la vitesse de $1\mu\text{m.s}^{-1}$. On obtient le graphe 4.6

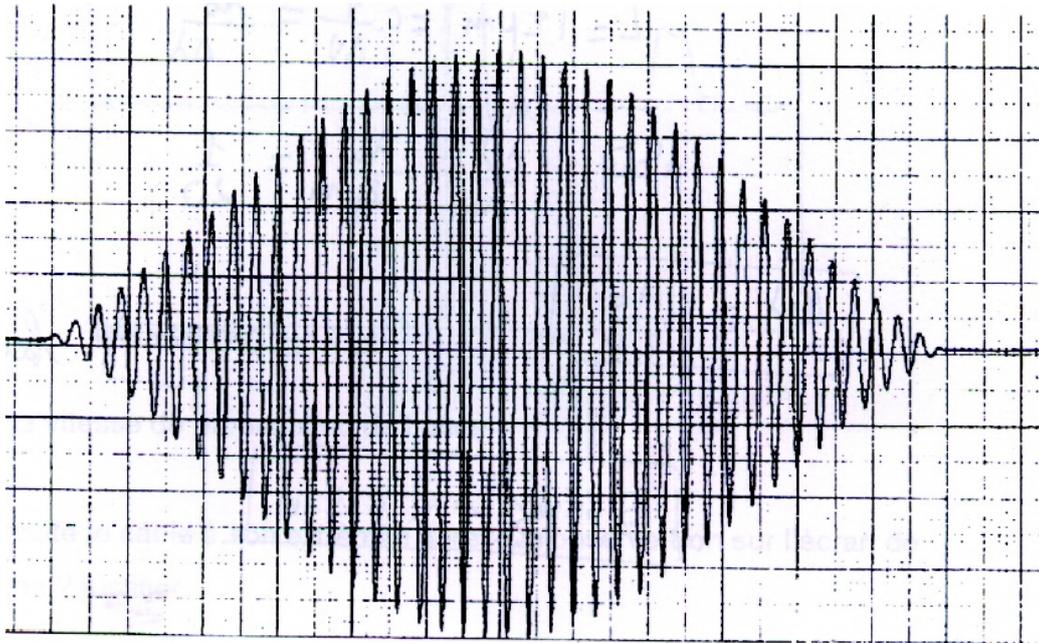


FIGURE 4.6 – Résultat sur la table traçante de l'étude du filtre jaune par une lame d'air.

1. Mesurer sur le graphe, de quelle distance s'est déplacé le chariot entre deux maximums consécutifs. En déduire la longueur d'onde centrale λ_0 du filtre.
2. En s'appuyant sur l'une des conditions de cohérence des ondes pour pouvoir interférer, calculer la bande passante $\Delta\lambda$ du filtre.

4.24 Etude de la longueur de cohérence.

On éclaire une lame d'air d'épaisseur e avec une raie quasi-monochromatique, caractérisée par un profil spectral :

$$\frac{d\epsilon_0}{d\sigma} = C \exp\left(-\frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{a^2}\right)$$

où $\sigma = \frac{1}{\lambda}$. Pour simplifier, on étendra la fonction f aux valeurs négatives de σ , domaine où elle prend des valeurs négligeables.

1. Quelle est la signification de σ_0 ? Calculer la largeur $\Delta\sigma$ du profil à mi-hauteur et interpréter la constante a .

2. On réalise un enregistrement de l'éclairement au centre de la figure d'interférences en fonction de l'épaisseur e qu'on fait varier en déplaçant l'un des miroirs à l'aide d'un moteur. Etablir l'expression de l'éclairement $\epsilon(e)$ en fonction des constantes et de la transformée de Fourier du profil spectral définie par :

$$\hat{f} = \int_{-\infty}^{-\infty} f(\sigma) \exp(2j\pi\sigma x) dx$$

3. Evaluer à l'ordinateur

$$\int_{-\infty}^{-\infty} \exp\left(-\frac{(u)^2}{a^2}\right) \exp(2j\pi ux) d\sigma$$

Réponse :

$$\int_{-\infty}^{-\infty} \exp\left(-\frac{(u)^2}{a^2}\right) \exp(2j\pi ux) du = a\sqrt{\pi} \exp(-\pi^2 a^2 x^2)$$

4. Etablir alors l'expression de l'éclairement $\epsilon(e)$ et le tracer à l'ordinateur

4.25 Indice de l'air.

Entre les deux lames semi réfléchissantes d'une lame d'air, on intercale une cellule d'épaisseur $e=1,6$ cm traversée par la lumière sous incidence normale. On fait le vide dans cette cellule. Puis on laisse l'air rentrer progressivement et un capteur d'éclairement placé au centre des franges d'égale inclinaison donne la tension $v(t)$ suivante 4.7 Calculer l'indice de l'air sachant que la longueur d'onde

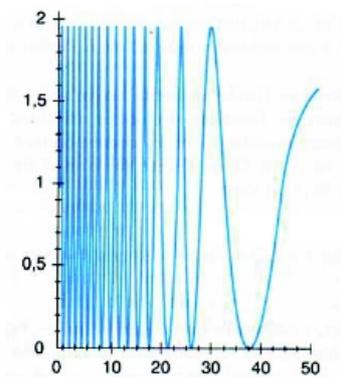


FIGURE 4.7 – Tension $V(t)$ servant à la mesure de l'indice de l'air.

de la source vaut 638nm.

4.26 Indice d'une lame.

On négligera tous les défauts du Michelson (tels l'épaisseur de la lame séparatrice que l'on supposera parfaitement compensée par la compensatrice).

1. On souhaite observer des franges de même incidence. Préciser l'éclairement du Michelson, la position des miroirs et la façon dont on peut observer les franges.
2. On éclaire le Michelson par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0=546,1$ nm. On déplace le miroir mobile de 1,1 mm à partir de la position du contact optique. On observe des franges sur un écran à l'aide d'une lentille convergente de distance focale $f'=1$ m. Calculer le rayon du premier anneau brillant.
3. On interpose une lame de verre d'indice $n=1,541$, d'épaisseur $e'=4,5\mu\text{m}$ entre la séparatrice et le miroir mobile. Calculer la nouvelle différence de marche dans ce cas en fonction de e , e' , n et λ_0 ainsi que le rayon du premier anneau brillant.

4.27 Réseau utilisé en spectromètre.

On utilise un réseau en transmission de pas $l = 2,2 \mu\text{m}$. Il est éclairé par un faisceau parallèle provenant d'une lampe à mercure. On isole une raie verte et on pointe pour différents ordres les faisceaux réfractés. On repère les angles par rapport à la normale du réseau, et on obtient :

- $p = 1$, $q = 14^\circ 09'$;
- $p = 2$; $q = 29^\circ 15'$;
- $p = 3$; $q = 47^\circ 09'$.

En déduire une estimation de la longueur d'onde de la raie et l'incidence du faisceau sur le réseau.

4.28 Séparation du doublet du sodium par un réseau.

On éclaire un réseau avec le doublet du sodium, λ_1 et λ_2 sur une largeur de 10mm. On observe la séparation du doublet pour le spectre d'ordre 5. Déterminer le pas du réseau. On retiendra comme critère de séparation que le maximum de la deuxième tache doit être au-delà du minimum de la première.

Données : $\lambda_1= 589,0$ nm ; $\lambda_2 = 589,6$ nm.

4.29 Eclairement diffracté par un cheveu de largeur e .

Considérons un cheveu de largeur e selon Ox, de largeur L selon Oy, situé perpendiculaire à l'axe optique Oz. On souhaite calculer l'éclairement résultant de l'exposition de ce cheveu par une source ponctuelle non située sur l'axe optique mais décalée d'une distance x_S dans le plan focal objet d'une lentille convergente de focale f' . De même, l'observation s'effectue en un point M de coordonnée x_M dans le plan focal image d'une seconde lentille convergente de même focale f' .

1. Faire un schéma de la situation.
2. Comment se ramener au cas d'une fente ?
3. Justifier que les conditions de Fraunhofer sont vérifiées.
4. Dessiner deux rayons, l'un passant par le centre O, l'autre passant par un point P de coordonnées x_P . Evaluer la différence de marche entre ces deux rayons en fonction de x_P , x_S , x_M , et f' .

5. Quel principe assure que les ondes mentionnées ci avant sont cohérentes entre elles ?
6. En déduire alors l'éclairement résultant de la fente.
7. Représenter et commenter cette figure d'éclairement.

4.30 Interprétation de la figure d'éclairement.

La figure ci-dessous représente l'intensité diffractée dans le plan focale image d'une lentille convergente de distance focale $f'=50\text{cm}$, par une pupille percée de deux ouvertures identiques éclairées par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda=633\text{ nm}$. Interpréter cette figure. Quelle est la forme des ouvertures ? Préciser leur dimension et leur distance sachant que ces longueurs sont des multiples de la longueur d'onde.

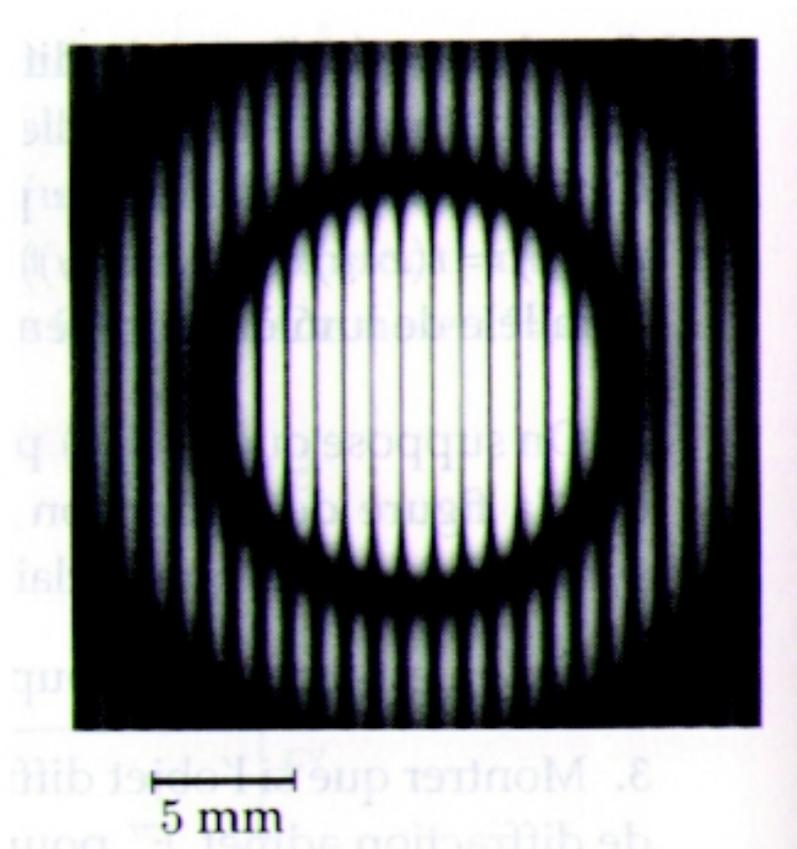


FIGURE 4.8 – Figure de l'éclairement à interpréter.

4.31 Ouverture transparente.

La transparence (en amplitude) d'une pupille plane fine de largeur b parallèle à l'axe (Oy) est $t(x) = \exp(-|x|/a)$ avec $b \gg a$.

1. Cette pupille est éclairée sous incidence normale par une onde, plane de longueur d'onde λ . Déterminer sa figure de diffraction à l'infini.
2. Comparer avec la figure de diffraction d'une fente fine de largeur a .

4.32 Figure de diffraction.

On place une fente de largeur a , de longueur $b \gg a$ à une distance $D=1$ m d'un écran. On utilise une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda=630$ nm. Donner le schéma du dispositif sachant que le rayon vient de l'infini. Qu'observe-t-on ? On observe une tache principale de longueur 1 cm ; Donner la largeur de la fente correspondante. On intercale une lentille convergente entre l'écran (placé dans le plan focal image) et la fente. Faire un schéma du dispositif. On observe toujours une tache principale de longueur 1cm, donner la distance focale de la lentille.

4.33 Pupille de l'oeil.

L'oeil est assimilable à une lentille L diaphragmée par une pupille circulaire de rayon $a=1,5$ mm et dont la distance focale est $f=17$ mm. Il observe deux points lumineux suffisamment éloignés séparés par une distance angulaire β de longueur d'onde $0,6\mu\text{m}$. En supposant que la diffraction est la seule cause de limitation du pouvoir de résolution de l'oeil, déterminer la valeur minimale de β pour laquelle l'oeil commence à séparer les deux points.

4.34 Radar embarqué dans un avion.

Pour prendre une image du sol, un radar embarqué dans un avion en vol horizontal survole la terre à une altitude constante et émet une onde de longueur d'onde $\lambda=3$ cm en direction du sol avec un angle moyen de 45° par rapport à la verticale. Le même radar récupère un écho du à la diffraction de l'onde incidente par le sol. Quelle serait la direction de diffraction maximale ? On constate que sur l'image radar les forêts paraissent beaucoup plus lumineuses que les lacs. Interpréter.

Chapitre 5

Electromagnétisme.

5.1 Remarques spécifiques.

1. "Dans les calculs de champs, éviter le terme "considérations de symétrie..." mais être précis."
2. "En électromagnétisme, l'idée de superposer les champs créés par des sous-distributions plus simples de la source proposée ne vient pas toujours à l'esprit."
3. "Les exercices qui relèvent de l'induction sont faits au signe près..." .
4. "On ne peut calculer des fem d'induction avant l'orientation des circuits. "
5. "Les différentes expressions des forces de Laplace ne sont pas connues."
6. "Indiquons la nécessité de connaître par coeur un certain nombre de résultats classiques, tels que le champ magnétique sur l'axe d'une spire circulaire ou le champ B sur l'axe d'un solénoïde."
7. "La définition de l'onde plane est mal connue, d'où les confusions graves qui apparaissent lorsque les ondes ne sont pas planes."
8. "Confusion entre la direction du champ (direction de polarisation) et la direction de propagation."

5.2 Questions de cours.

1. Théorème de Gauss. Application au calcul du champ électrostatique créé par une distribution de charge volumique sphérique.
2. Transposition du théorème de Gauss au champ gravitationnel. Application au champ gravitationnel créé dans une grotte entièrement sous terre. La Terre est considérée comme parfaitement homogène et sphérique.
3. Loi de Biot et Savart, application à la spire.
4. Les équations de Maxwell
5. Continuité/discontinuité du champ électrique et magnétique lors de la traversée d'une surface chargée.

6. Vecteur de Poynting. Densité d'énergie électromagnétique.
7. Equation de propagation du champ électromagnétique dans le vide.
8. Caractère transversal du champ électromagnétique dans le vide.
9. Etude énergétique des ondes électromagnétiques.
10. Dispersion et absorption.
11. Vitesses de phase et de groupe. Sens physique.
12. Propriétés d'une onde électromagnétique entre deux plans infinis métalliques parallèles. Guide d'onde rectangulaire.
13. Réflexion d'un champ électrique polarisé rectiligne sur un conducteur parfait sous incidence normale.
14. Effet de peau.
15. Haut-parleur, couplage électrodynamique.
16. La polarisation rectiligne.
17. Lames demi-onde et quart d'onde. Leur action sur les OEMPPR et OEMPPC.
18. Les ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques homogènes linéaires isotropes.

5.3 Condensateur cylindrique.

On considère un cylindre de longueur L très grande (infinie) de rayon R portant une charge surfacique σ uniforme.

1. Le cylindre est il conducteur ou isolant ?
2. Calculer le champ électrostatique dans tout l'espace.
3. Calculer le potentiel électrostatique dans tout l'espace.
Un second cylindre de rayon $2R$ portant une charge surfacique $-\sigma'$ uniforme, de même axe que le cylindre précédent est ajoutée.
4. Calculer $-\sigma'$ de manière à ce que la charge totale de chaque armature du condensateur soit identique.
5. Calculer le champ électrostatique total dans tout l'espace.
6. Calculer le potentiel électrostatique total dans tout l'espace.
7. Sachant que la différence de potentielle entre les deux cylindres est U , en déduire la capacité du condensateur cylindrique.

5.4 Le tunnel de la taupe.

1. On considère un astre sphérique, dont la répartition de masse M est uniforme dans la sphère de rayon R . Calculer le champ gravitationnel intérieur et extérieur par l'analogie du théorème de Gauss.

2. Une taupe décide de creuser un tunnel passant par le centre de l'astre (selon un diamètre donc) puis laisse tomber une bille dans son tunnel. Tous les frottements sont négligés. Etudier le mouvement de la bille.
3. Une taupe décide de creuser un tunnel ne passant pas par le centre de l'astre (selon une corde donc) puis laisse tomber une bille dans son tunnel. Tous les frottements sont négligés. Etudier le mouvement de la bille.

5.5 Distribution volumique de courant.

On considère un fil infini d'axe z de rayon R parcouru par une densité de courant volumique $\vec{j}(r) = j_0 \cdot (r/R) \vec{u}_z$ (pour $r < R$)

1. Calculer le courant i circulant dans le fil. Où sont localisés les courants.
2. Exprimer l'intégrale définissant le champ magnétique en tout point de l'espace. (Il s'agit de la loi de Biot et Savart volumique.)
3. Calculer le champ magnétique en un point de l'espace extérieur à la distribution en fonction de j_0 puis de i . Commenter.
4. Calculer le champ magnétique en un point de l'espace intérieur à la distribution en fonction de j_0 .

5.6 Distribution surfacique de courant.

On considère un cylindre infini d'axe z de rayon R parcouru par une densité de courant surfacique \vec{j}

1. $\vec{j} = j_0 \vec{u}_z$. Calculer le champ en tout point de l'espace.
2. $\vec{j} = j_1 \vec{u}_\theta$. Calculer le champ en tout point de l'espace en admettant que le champ magnétique à l'infini est nul.
3. $\vec{j} = j_0 \vec{u}_z + j_1 \vec{u}_\theta$. Calculer le champ en tout point de l'espace en admettant que le champ magnétique à l'infini est nul.

5.7 Distribution de charge et courant.

Une distribution de charges et de courants possède une symétrie cylindrique. Dans le système de coordonnées cylindriques, son expression est :

$$\rho(M, t) = \rho_0 \frac{t}{\tau} \frac{r_0}{r}$$

$$\vec{j}(M, t) = -j_0 \vec{e}_r$$

1. En utilisant la loi de conservation de la charge, donner l'expression de j_0 .

On cherche le champ électromagnétique associé à ce phénomène.

2. Justifier que le champ électrique est radiale et ne dépend que de r et t .
3. Justifier que le champ magnétique est nul.
4. Montrer que l'équation de Maxwell-Thomson est alors vérifiée.
5. Montrer que l'équation de Maxwell-Gauss permet de donner l'expression du champ électrique en fonction de r , t et d'une constante d'intégration indépendante de r mais fonction du temps $K(t)$.
6. Montrer que $K(t)$ est indépendante du temps en utilisant l'équation de Maxwell-Ampère. On notera $K(t) = K$.
7. Montrer que tout cela est compatible avec l'équation de Maxwell-Faraday.
8. Ecrire le théorème de Gauss sur une surface bien choisie et en déduire que $K=0$.

5.8 Sphère radioactive pulsante.

Considérons une sphère de matière radioactive, homogène de rayon R , qui émet par désintégration des particules chargées. Cette émission se traduit par l'existence d'un courant de charge. Si le flux de particule est suffisamment intense pour justifier une description continue, le courant volumique, qui est isotrope, en raison de la symétrie sphérique, s'écrit : $\vec{j} = j(r, t)\vec{u}_r$ pour $r > R$.

1. Soit $Q(t)$ la charge intérieure à une sphère de rayon $r > R$. Calculer le courant volumique.
2. Que vaut le champ électromagnétique ?
3. Les équations de Maxwell sont-elles vérifiées ?

5.9 Champ dans un condensateur.

Les armatures d'un condensateur plan sont deux disques de rayon a , distants de e , d'axe Oz . On néglige les effets de bords. On admet que le champ électrique dans tout le condensateur est uniforme et non permanent : $\vec{E} = E(t)\vec{e}_z$.

On étudie dans cet exercice la décharge du condensateur : $E(t) = E_0 \exp(-t/\tau)$.

1. Déterminer le champ magnétique dans le condensateur. On montrera, par une étude des symétries, qu'il est de la forme $\vec{B}(M, t) = B(r, z, t)\vec{u}_\theta$.
2. Calculer les contributions électrique et magnétique U_e et U_m à l'énergie électromagnétique, ainsi que leur rapport. Montrer que, en régime lentement variable (préciser), on peut considérer le condensateur comme un système purement électrique.
3. Donner l'expression du vecteur de Poynting en un point intérieur au condensateur. Exprimer son flux à travers la surface (S) du condensateur. Conclure.

5.10 OPPH PR

On considère une onde polarisée rectilignement suivant (Oy) et se propageant dans le sens des x décroissants. Ecrire le champ électrique et le champ magnétique de cette onde. Calculer le vecteur de Poynting et la puissance moyenne véhiculée par cette onde pour un faisceau de section S.

5.11 OPPH PC

Une onde plane progressive monochromatique est polarisée circulairement droite, elle se propage dans le vide dans le sens des z croissants. Expliciter les champs électrique et magnétique. Calculer le vecteur de Poynting.

5.12 OPPH

On étudie une onde électromagnétique dont le champ électrique est :

$$\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y \text{ avec } E_x = E_0 \exp j(\omega t - \frac{k}{3}(2x + 2y + z))$$

L'onde se propage dans le vide et sa longueur d'onde est $\lambda = 6.10^{-7} \text{m}$.

1. Calculer la fréquence de l'onde.
2. Dans quel domaine du spectre électromagnétique se trouve cette onde ?
3. Calculer la valeur numérique de la constante k.
4. Etablir l'équation cartésienne d'un plan d'onde.
5. Exprimer E_y en fonction de E_x .
6. Calculer le champ magnétique de cette onde.
7. Calculer la densité moyenne d'énergie électromagnétique associée à cette onde.
8. Calculer le vecteur de Poynting de cette onde et sa moyenne temporelle. Commenter.

5.13 Guide d'onde.

Une cavité parallélépipédique ($0 < x < a$, $0 < y < b$, $0 < z < l$), vide, est délimitée par des plans parfaitement conducteurs. Un générateur de haute fréquence entretient dans cette cavité une onde électromagnétique sinusoïdale de pulsation ω .

1. Retrouver l'équation de propagation de l'onde dans le vide.
2. Montrer que l'expression complexe suivante du champ électrique est solution de l'équation d'onde et des Conditions aux Limites, pourvu que la pulsation respecte une condition que l'on déterminera.

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \exp(j\omega t) \vec{e}_z$$

3. Quel est le champ magnétique associé ?
4. Montrer que l'énergie électromagnétique est constante et quelle oscille périodiquement entre sa forme électrique et sa forme magnétique.
5. Calculer la charge surfacique sur les parois et montrer que la cavité se comporte comme un condensateur plan dont on déterminera la charge. Déduire de l'énergie la valeur de sa capacité.

5.14 Etude d'une interface.

Une onde monochromatique plane polarisée perpendiculairement au plan d'incidence se propage dans un milieu diélectrique parfait d'indice optique 2,8. Elle atteint l'interface avec l'air sous un angle d'incidence de 20° .

1. Calculer alors \underline{r} et \underline{t} .
2. Sachant que le champ électrique incident vaut $E_i = 2.10^{-6}V.m^{-1}$, trouver les amplitudes des champs électriques transmis et réfléchi.

Les champs électriques transmis et réfléchi sont aussi polarisés perpendiculairement au plan d'incidence.

5.15 Onde électromagnétique

On considère le champ de vecteur \vec{E} dont les composantes sont les suivantes :

$$E_x = 0, E_y = E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \exp j(\omega t - kz), E_z = \alpha E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \exp j(\omega t - kz)$$

1. De quel type d'onde s'agit-il ? A quelle condition sur α peut-il être le champ électrique d'une onde électromagnétique ? On utilisera une équation de Maxwell pour répondre et cette condition sera conservée dans toute la suite de l'exercice.
2. Calculer le champ magnétique associé, puis le vecteur de Poynting et la densité volumique d'énergie de l'onde. Exprimer les moyennes temporelles de ces quantités énergétiques.
3. Déterminer la relation de dispersion. Tracer $k = f(\omega)$.
La propagation est-elle permise quelle que soit la pulsation ? On mettra à ce propos en évidence une pulsation ω_0 dont on donnera une signification. On se placera dans toute la suite dans le cas où l'onde peut se propager.
4. En déduire les expressions des vitesses de phase et de groupe de l'onde. Tracer les courbes donnant leurs variations en fonction de ω . Commenter.

5.16 Traitement de surface.

A la surface d'un verre (indice n) on dispose une couche d'épaisseur e et d'indice N de telle sorte que l'espace est divisé en trois domaines :

l'air ($x < 0$) d'indice 1, la couche ($0 < x < e$) d'indice N et le verre ($x > e$) d'indice n . Une onde

électromagnétique plane progressive harmonique monochromatique de pulsation ω polarisée rectilignement sur \vec{u}_z arrive dans l'air sous incidence normale et on cherche les conditions pour qu'il n'y ait pas d'onde réfléchie dans l'air. On cherche alors en notation complexe des ondes dans les trois domaines de la forme :

$$\vec{E}(x < 0) = E_a \exp(j\omega t - jk_0 x) \vec{u}_z$$

$$\vec{E}(x > e) = E_v \exp(j\omega t - jk_v x) \vec{u}_z$$

$$\vec{E}(0 < x < e) = E_{c+} \exp(j\omega t - jk_c x) \vec{u}_z + E_{c-} \exp(j\omega t + jk_c x) \vec{u}_z$$

1. Rappeler sans démonstration l'équation de propagation de l'onde électromagnétique dans un milieu d'indice n (réel). Exprimer alors k_c et k_v
2. Commenter les expressions des champs électriques donnés.
3. Quelle est la forme correspondante du champ magnétique dans les trois milieux ?
4. Ecrire les conditions aux limites et en déduire les valeurs qu'il faut choisir pour e et N .
5. Comment expliquer qu'il subsiste un reflet violet sur un objectif ainsi traité lorsqu'on l'observe à la lumière du soleil ?

5.17 Induction dans un cadre.

Un cadre métallique carré MNPQ, de côté l et de résistance R , est abandonné sans vitesse initiale, par rapport au référentiel du laboratoire $R=(Oxyz)$, dans une région de l'espace ($z < 0$) où règne un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B_a \vec{e}_y$. Au cours de la chute, son plan coïncide avec le plan vertical (Oxz) ; à l'instant pris comme origine, le côté inférieur MN du cadre est à la cote $z=0$. Cf figure 5.1

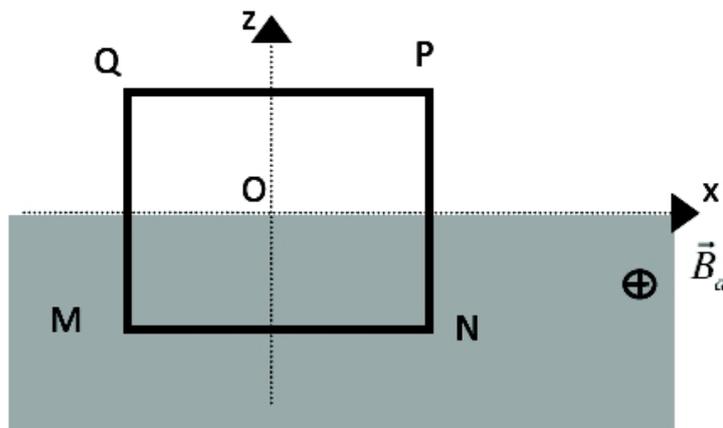


FIGURE 5.1 – La chute d'un cadre dans un champ magnétique.

1. Trouver l'expression de la f.é.m. induite dans le cadre à partir de la loi de Faraday. Retrouver cette expression à l'aide de l'expression générale de la f.é.m.
2. Montrer que le sens du courant induit est conforme à la loi de Lenz.
3. Etablir l'équation différentielle du mouvement de translation du cadre au cours de la chute. En déduire l'expression de la vitesse du cadre en fonction du temps.

5.18 Roue de Barlow

On envisage un moteur électrique appelé roue de Barlow 5.2 constitué d'un disque métallique de rayon a , libre de tourner autour de son axe horizontal Oz avec un moment d'inertie J et plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{e}_z$ avec $B > 0$. Ce circuit est fermé par un fil électrique issu de son centre O et par contact dans un bain de mercure en un point A sur un générateur de f.é.m E constante et une résistance R via un interrupteur K ; on néglige la résistance du disque et celle du générateur; on néglige l'inductance propre du circuit. On note i l'intensité du courant et ω la vitesse angulaire de rotation du moteur. Le courant est nul et la roue au repos, on ferme l'interrupteur K .

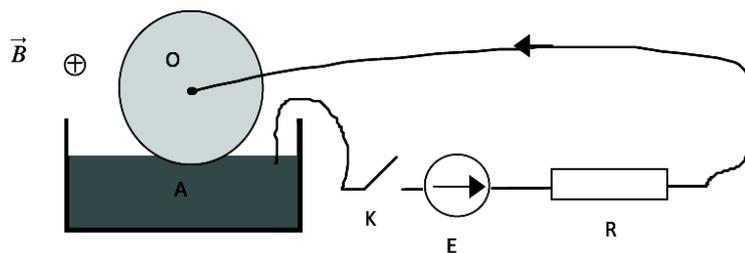


FIGURE 5.2 – La Roue de Barlow.

1. Analyser qualitativement le fonctionnement du dispositif.
2. On admet que les forces de Laplace subies par le disque sont équivalents à celles que subirait un conducteur filiforme confondu avec le rayon OA et parcouru par un courant i . Etablir l'équation mécanique du problème en supposant que la roue est soumise en outre à un couple de frottements de la forme $-f\omega$.
3. On admet que la roue de Barlow est équivalente à un générateur de résistance négligeable et de f.é.m e . En exploitant le caractère énergétiquement parfait du couplage électromécanique, établir l'expression de e en fonction de B , a et ω . En déduire l'équation électrique du problème.
4. Etablir l'expression de $\omega(t)$ et commenter l'influence de B .
5. Etablir l'expression de $i(t)$. Le courant est-il continu à l'instant $t=0$? Commenter.
6. Faire un bilan énergétique du dispositif. Comment se simplifie-t-il une fois le régime permanent établi?

5.19 Inductance.

Soit deux solénoïdes imbriqués l'un dans l'autre. Le premier a un rayon a et se trouve à l'intérieur du second de rayon b . Les solénoïdes sont de longueur l_1 et l_2 , sont parcourus par les courants I_1 et I_2 et possèdent respectivement N_1 et N_2 spires.

On rappelle que dans l'approximation du solénoïde infini, le champ à l'extérieur du solénoïde est nul et à l'intérieur, il est uniforme et vaut $B = \mu_0 n I$ avec n le nombre de spires par mètre.

Trouver les inductances propres de chaque solénoïde et l'inductance mutuelle.

5.20 Rail de Laplace

Soit un barreau glissant sans frottement sur deux rails parallèles, horizontaux, plongés dans un champ magnétique uniforme, vertical, dirigé vers le haut. Le barreau est relié par un fil à une poulie et une masse M est attachée à l'autre extrémité du fil. Les rails conducteurs sont reliés à une extrémité à un dipôle qui est une résistance. La masse m du barreau est négligeable devant M . On mesure le déplacement du barreau sur un axe Ox parallèle aux rails. A l'instant $t=0$, le barreau est en $x=0$, sans vitesse initiale.

1. Analyser qualitativement les phénomènes se produisant.
2. Quelle est l'équation du mouvement du barreau ?
3. Etablir un bilan de puissance. Interpréter.

On remplace la résistance par un générateur de tension E et de résistance interne r .

4. Quelle est la nouvelle équation du mouvement ?
5. A quelle condition le dispositif peut-il élever la masse M .

5.21 Rail de Laplace fermé sur C.

Sur la figure 5.3, MN est une barre mobile, sur l'axe (Ox) parallèlement à sa position initiale

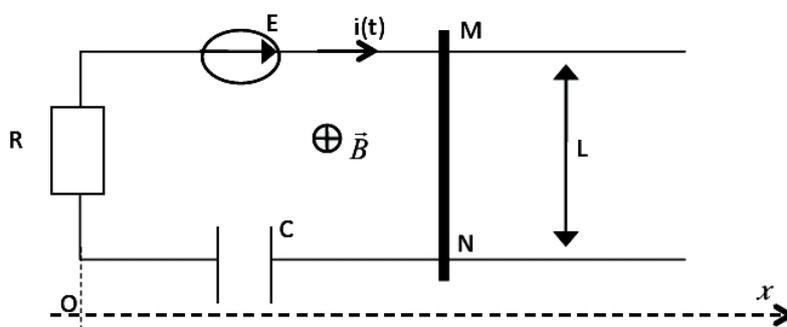


FIGURE 5.3 – Rail de Laplace fermé sur un condensateur.

1. Expliquer pourquoi la barre mobile va se mettre en mouvement.
2. Etablir l'équation mécanique du système.
3. Quel est le schéma électrique équivalent au système ? En déduire l'équation électrique du système.
4. Déterminer les expressions de $v(t)$ et $i(t)$.
5. Faire un bilan énergétique.
6. Décrire le régime établi.

5.22 Disque de Faraday.

Un convertisseur, de type disque de Faraday, est constitué par un disque de cuivre, de centre O , de rayon r , qui tourne à la vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ autour de son axe, dans un champ magnétique appliqué uniforme $\vec{B}_a = B_a \vec{e}_z$. Des contacts glissants M et N permettent de relier le circuit par un dipôle extérieur D . On désigne par I l'intensité du courant dans le circuit. Figure 5.4

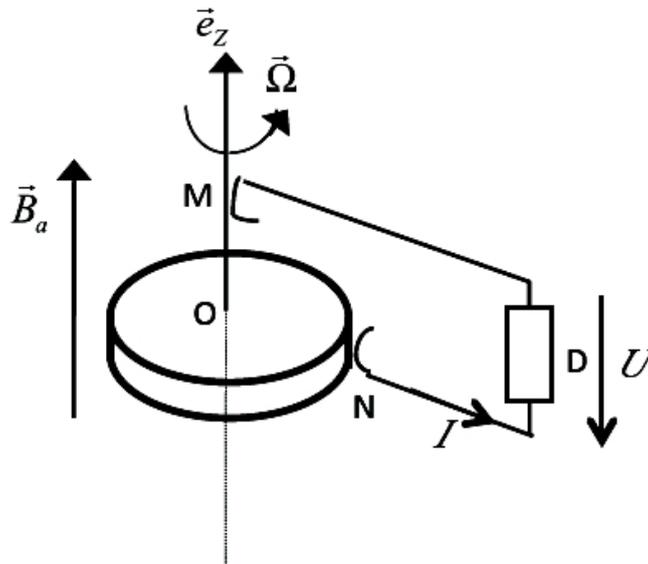


FIGURE 5.4 – Convertisseur avec un disque de Faraday.

1. Etablir l'expression de la f.é.m. induite $e(t)$
2. Etablir l'expression du moment $\vec{\Gamma}_L$ des forces de Laplace, en supposant que le courant transite principalement sur un rayon du disque entre l'axe et le point de contact N .
3. Quelle équation relie Γ_L , Ω , I et e ?
4. On a mesuré une résistance ohmique pour le disque entre les contacts M et N : $R=0,001 \Omega$. Quelle est l'équation reliant la tension U au courant I ?
5. Le disque est entraîné par une machine qui exerce sur l'axe un couple moteur de moment $\vec{\Gamma}_M$. Les forces de frottement de type visqueux exercent un couple $\vec{\Gamma}_f = -\alpha \vec{\Omega}$. Quelle est, en régime stationnaire, l'équation reliant les couples ? En déduire le bilan énergétique.

6. Quel est le rendement de ce convertisseur ?

5.23 Modèle de caténaire.

Une barre conductrice de longueur a , de masse m est maintenue en suspension par deux ressorts identiques de raideur k et de longueur à vide l_0 . Ces derniers sont conducteurs et caractérisés par leurs inductances, qui par ailleurs sont identiques et notées L . D'un point de vue électrique, on suppose que l'on peut négliger la résistance électrique du système.

On déplace de sa position d'équilibre le système et l'on suppose que la barre reste plongé dans le champ magnétique extérieur \vec{B} . On note $z(t = 0^-) = z_0$ et l'on suppose que la barre est lâchée sans vitesse initiale. On note $z(t)$ la position de la barre et $i(t)$ le courant dans le circuit.

1. Etablir l'équation mécanique du système.
2. Etablir l'équation électrique du système.
3. En déduire les expressions de $z(t)$ et $i(t)$.
4. Faire un bilan énergétique.

Chapitre 6

Thermodynamique.

6.1 Remarques spécifiques.

1. "C'est la grande délaissée"
2. "Attention à l'écriture : par exemple ΔQ ou $\delta U, \dots$ "
3. "Difficultés dans un cycle moteur pour identifier l'étape fournissant la chaleur."
4. "Beaucoup ne connaissent pas le rendement d'une machine thermique ou l'efficacité d'une pompe à chaleur. "
5. "Pour calculer le travail reçu ou fourni par le système au cours d'un cycle il n'est pas généralement nécessaire de calculer les travaux de chacune des transformations."
6. " S'ils savent en général l'égalité de Clausius, pas un seul n'a su la démontrer."
7. "Pour ce qui concerne l'étude macroscopique des phénomènes de diffusion, la transposition à des géométries cylindriques et sphériques des bilans unidimensionnels du cours se fait avec difficulté."
8. "Les conditions de validité des lois de Laplace ne sont jamais précisées."

6.2 Questions de cours.

1. Démontrer l'inégalité de Clausius. Montrer que le rendement de Carnot est le rendement maximal. Montrer qu'il n'existe pas de moteur monotherme.
2. Énoncer le second principe de la thermodynamique. Expliquer sur un exemple l'intérêt des cycles entropiques.
3. Rapport des pentes d'une isentropique et d'une isotherme réversible pour un gaz parfait. Application.
4. Retrouver la relation de Laplace reliant pression et volume lors d'une transformation isentropique pour un gaz parfait.
5. Les gaz parfaits. Citer un exemple. Comment vérifier expérimentalement qu'un gaz est parfait ?
6. Détente de Joule- Gay Lussac. Conservation de l'énergie interne.

7. Détente de Joule-Kelvin. Conservation de l'enthalpie.
8. Etude du cycle de Carnot.
9. Le moteur.
10. La Pompe à Chaleur.
11. Diffusion de particules.
12. Diffusion de la chaleur.
13. Notion de résistance thermique en diffusion de la chaleur.
14. Intérêts des fonctions F et G

6.3 Gaz dans un piston de masse non négligeable.

Un cylindre C de section $S=10 \text{ cm}^2$ contient de l'air sec, à la température $T = 7^\circ\text{C}$. Il est fermé par un piston mobile, sans frottement, de masse $M = 5 \text{ kg}$, au contact de l'atmosphère à la pression $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$. L'air occupe une hauteur $h = 35 \text{ cm}$. On place sur le piston une surcharge $m = 0,3 \text{ kg}$. ($\gamma = 1,4$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$)

1. Calculer la pression avant que la surcharge ne soit posée sur le piston.
2. Calculer le déplacement immédiat du piston.
3. Calculer la variation de température de l'air.
4. Déterminer la position finale du piston lorsque l'équilibre thermique avec l'extérieur est rétabli.

6.4 Moteur Diesel.

Lors du cycle Diesel, le gaz alors seul subit une compression adiabatique de l'état A à l'état B tel que $a = \frac{V_A}{V_B}$. Puis le carburant est injecté en B où il s'enflamme spontanément (il n'y a donc pas de bougie dans le moteur diesel). La taux d'injection est réglé pour la transformation de B à C soit isobare ($V_C > V_B$). Puis le mélange se détend adiabatiquement jusqu'à D. On suppose que le retour par l'état A s'effectue par une transformation isochore.

Le gaz est assimilé à un gaz parfait de coefficient γ .

1. Dessiner le cycle sur le diagramme de Clapeyron.
2. Exprimer le rendement du cycle en fonction de Q_C et Q_F
3. Exprimer le rendement en fonction des températures et γ
4. Exprimer le rendement en fonction de γ , a et $b = \frac{V_D}{V_C}$

6.5 Climatiseur.

On souhaite réaliser la climatisation d'un local afin de maintenir sa température à la valeur $T_1=300\text{k}$ alors que l'extérieur est à la température de $T_2 = 315\text{K}$. On utilise pour cela une machine

thermique, fonctionnant avec n mole d'un GP de capacité calorifique molaire à pression constant $C_{pm} = 30 J.K^{-1}.mol^{-1}$.

Au cours de la transformation, le fluide reçoit les transferts énergétiques suivants : Q_1 de la source froide, Q_2 de la source froide et W un travail mécanique.

1. Préciser le signe de chacun des transferts énergétiques.
2. Supposons que le climatiseur fonctionne sur un cycle de Carnot. Représenter le cycle de Carnot sur le diagramme de Watt $P=f(V)$. Calculer l'efficacité de la climatisation.
3. Dans la réalité, le fluide décrit le cycle suivant :
 - A à B, compression adiabatique réversible de T_1 à $T'_1 = 350K$
 - B à C, refroidissement isobare de T'_1 à T_2
 - C à D, détente adiabatique réversible de T_2 à T'_2
 - D à A, échauffement isobare de T'_2 à T_1
 - (a) Représenter le cycle sur le diagramme de Watt $P=f(V)$.
 - (b) Exprimer les variations d'entropie du fluide sur chaque transformation en fonction des seules données de l'énoncé. En déduire que $T'_2 = \frac{T_1.T_2}{T'_1}$
 - (c) Calculer Q_C , Q_F et W (A.N. pour $n=10$)
 - (d) Calculer l'efficacité de ce climatiseur. Commenter.

6.6 Un problème de robinet.

Un récipient de volume V , muni d'un robinet, contient de l'air assimilé à un gaz parfait à la température T_0 et à la pression $P_0(1 - \epsilon)$. Le milieu extérieur est lui à T_0 et P_0 . On entrouvre le robinet et l'air extérieur pénètre lentement.

1. On considère les parois du récipient diathermes. Calculer le travail et la chaleur fournis par le milieu extérieur.
2. On considère les parois du récipient adiabatiques (ou athermanes). Déterminer la température finale dans le récipient. Calculer le travail et la chaleur fournis par le milieu extérieur.

6.7 Fonte d'un glaçon.

Une masse $M=10g$ de glace à $T_1 = -18^\circ C$ est placé au contact d'un thermostat à $0^\circ C$.

1. Calculer la chaleur échangée.
2. La transformation est elle réversible ?

Donnée $l_{Fusion} = 334 kJ.kg^{-1}$ et $c_{glace} = 2,1 kJ.kg^{-1}.K^{-1}$

6.8 Diffusion des neutrons dans le Bore.

Un faisceau monocinétique de neutrons de vecteur densité de flux $\vec{j} = j_0 \vec{u}_x$ arrive en $x=0$ dans un milieu contenant N noyaux de bore par unité de volume. Lors de la collision entre un neutron et un noyau de bore, il se produit une réaction nucléaire au cours de laquelle le neutron est absorbé par le bore. Le bore occupe un cylindre d'axe Ox de section S et de longueur L .

1. Déterminer, en régime stationnaire, la densité de flux de neutrons $j(x)$ en un point d'abscisse x du milieu en fonction de j_0 , N et de la section efficace σ de la collision neutron-bore.
2. Calculer la proportion de neutrons absorbés par une longueur L du milieu. On donne $N = 5,0 \cdot 10^{24} m^{-3}$; $L = 12 \text{ cm}$ et $\sigma = 284 \cdot 10^{-28} m^2$.

6.9 Diffusion et relation d'Einstein

On considère l'équilibre d'une atmosphère isotherme de gaz parfait.

1. Donner l'expression de la masse volumique $\rho(z)$ du gaz en fonction de la masse m des molécules, de l'altitude z , de l'énergie d'agitation thermique $k_B T$, de l'accélération g de la pesanteur, supposée indépendante de z , et de la masse volumique au sol ρ_0 .
2. Montrer en utilisant la loi de Fick en régime stationnaire, qu'il existe un courant de diffusion dirigé vers le haut. Calculer la vitesse moyenne u associée à ce courant en fonction du coefficient de diffusion D et des autres données du problème.
3. En déduire qu'il doit exister un courant descendant de molécules de vitesse moyenne u en norme. Quel en est le moteur? Montrer alors que tout se passe comme si ces molécules étaient soumises à une force de frottement de type fluide $-\alpha \vec{v}$. Déterminer α .

6.10 Température entre deux barres

Deux cylindres, isolés latéralement, de même section S , de même axe (Ox), de conductivités thermiques λ_1 et λ_2 , de longueur L_1 et L_2 , sont mis bout à bout. On maintient les extrémités $x=L_1$ et $x=L_2$ aux températures T_1 et T_2 . Le contact s'établit en $x=0$. On se place en régime stationnaire. Déterminer la température T_i à l'interface ($x=0$). Calculer cette température pour un contact main-bois puis main-acier. Conclure. On donne : $T_1 = 37^\circ \text{C}$ (main), $T_2 = 20^\circ \text{C}$ (bois ou acier); $L_1 = L_2$; $\lambda_1 = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (main), $\lambda_2 = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (bois) et $\lambda_2' = 100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (acier)

6.11 Onde thermique dans le sol.

Soit un matériau homogène, isotrope, indéformable et de diffusivité $a = \lambda / \rho c$. Il est limité d'un côté par un plan en $x=0$ et illimité du côté des x positifs. $\theta(x, t)$ représente la température en Celsius au sein du matériau. Dans le plan $x=0$ est établie une température $\theta(0, t)$ suivant une loi sinusoïdale du temps de pulsation ω : $\theta(x=0, t) = \theta_0 + \theta_m \sin(\omega t)$

1. Etablir l'équation de diffusion thermique, dans le cas du problème.

2. on pose $\theta(x, t) = \theta(x) + A \exp(-x/h) \sin(\omega t - \varphi(x))$ où $\theta(x)$ est la solution en régime stationnaire. On s'intéresse à la partie variable, exprimer $\varphi(x)$ en fonction de x et de h .
3. Déterminer h en fonction de la période T et de la diffusivité a .
Que se passe-t-il si $x = \pi \cdot h$?
4. Appliquons ce résultat à un sol calcaire en calculant $\pi \cdot h$. $\rho = 2300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c = 900 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $\lambda = 1,1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ dans le cas où la période est diurne.
5. Même calcul si T est la période annuelle.
6. Conclusion.

6.12 Sédimentation.

Un récipient contient un liquide homogène, de masse volumique ρ , dans lequel on ajoute des macromolécules insolubles de masse $\rho_0 > \rho$. La solution obtenue est maintenue homogène jusqu'à une date $t=0$. A partir de cet instant, elle est abandonnée, à elle même et, sous l'action des forces de pesanteur, les macromolécules, de forme sphérique, se déplacent vers le fond du récipient. Le mouvement est vertical et les macromolécules sont soumises, entre autres, à une force de type visqueux $\vec{F} = -a\vec{v}$, a étant une constante positive.

1. Trouver l'équation différentielle du mouvement d'une macromolécule suivant un axe Oz vertical ascendant, l'origine O coïncidant avec le fond du récipient.
2. Montrer que ces particules atteignent une vitesse limite v_l que l'on exprimera en fonction de m , g , a , ρ et ρ_0 .
3. La vitesse limite étant supposée atteinte très rapidement, donner l'expression du courant volumique d'entraînement \vec{J}_e des macromolécules à la cote z où leur concentration moléculaire est $C(z)$.
4. La sédimentation ayant entraîné une inhomogénéité de la solution, un phénomène de diffusion dans le sens ascendant apparaît. On admet que le courant de diffusion \vec{J}_n est donné par la loi de Fick, D étant le coefficient de diffusion. Déterminer, en régime stationnaire, la loi de variation de C en fonction de z .
5. Des mesures optiques montrent qu'à 298K, le rapport C_0/C_2 des concentrations à $z=0$ et à $z=2\text{cm}$ est égal à 2. Quelle est la masse molaire de macromolécules et la valeur de leur rayon R ?
On donne $D = \frac{k_B T}{a}$ et $\rho/\rho_0 = 0,80$, $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ et $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

6.13 Neutrons et plutonium.

On étudie la diffusion unidimensionnelle de neutrons dans un barreau de plutonium cylindrique d'axe Ox et de section droite d'aire S , s'étendant entre les abscisses $x = 0$ et $x = L$ et on note $n(M,t)$ le nombre de neutrons par unité de volume. Cette diffusion satisfait à la loi de Fick, avec un coefficient de diffusion $D = 22 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

D'autre part, du fait de réactions nucléaires entre les neutrons et la matière, des neutrons sont produits : pendant une durée dt , dans un élément de volume $dV(M)$, il apparaît $K.n(M,t).dV(M).dt$ neutrons, où $K=3,5.10^4s^{-1}$ est une constante positive homogène à l'inverse d'un temps et caractéristique des réactions nucléaires.

On admettra en première approximation que n doit s'annuler à tout instant aux extrémités du cylindre en $x=0$ et $x=L$. En revanche, on supposera que $n(x,t)$ ne s'annule pas à l'intérieur du cylindre.

1. Etablir l'équation aux dérivées partielles dont $n(x,t)$ est solution.
2. Déterminer $n(x)$ à une constante multiplicative près en régime stationnaire. Montrer que ce régime n'est possible que pour une valeur particulière L_S de L . Calculer L_S .

6.14 Diffusion dans un gaz.

Deux récipients A et B de volumes V_A et V_B contiennent initialement deux gaz parfaits différents, purs, respectivement G_1 dans A et G_2 dans B.

Les deux gaz sont à la même température et sous la même pression, leurs concentrations initiales sont donc identiques, égales à C_0 .

Les deux gaz ont même diffusivité D , si bien qu'ils se mélangent suivant les lois de l'auto diffusion. Les deux récipients sont reliés par un tube de longueur l de section s par lequel se fait la diffusion. On admet que, le long du tube, les concentrations (nombre de moles par unité de volume) des deux gaz varient linéairement en fonction de la position et qu'elles sont uniformes dans chacun des deux récipients A et B.

1. Exprimer le vecteur densité de courant particulaire dans le tube pour la diffusion de gauche à droite en fonction de la différence des concentrations pour G_1 entre les deux récipients : $\Delta C_1 = C_{1A} - C_{1B}$.
2. Exprimer le nombre de particules traversant le tube, déduire l'équation différentielle vérifiée par ΔC_1 . Exprimer ΔC_1 et $\Delta C_2 = C_{2B} - C_{2A}$ en fonction du temps. On posera : $V_0 = \frac{V_A V_B}{V_A + V_B}$.
3. Application : les gaz sont C_O et N_2 , $V_A = V_B = 1L$, $l = 10cm$, $s = 1cm^2$, $D = 1,74.10^{-5}m^2.s^{-1}$. Calculer la constante de temps τ du phénomène et le temps t_0 au bout duquel la concentration d'un gaz dans l'un des récipients est égale à la moitié de la concentration de ce gaz dans l'autre récipient.

6.15 Refroidissement d'une pièce.

Pour améliorer le refroidissement d'un milieu et assurer la constance de sa température T_1 , on met à son contact en $x=0$ une barre cylindrique de cuivre (longueur L , rayon a , conductivité thermique λ , axe Ox).

La surface latérale de la barre est en contact avec l'air ambiant de température uniforme constante T_0 et les échanges thermiques avec l'air sont caractérisés par une puissance surfacique égale à $h(T_s - T_0)$, où T_s désigne la température de la surface latérale au point considéré.

On fait les hypothèses suivantes :

La température est uniforme sur une section du cylindre

On suppose le cylindre de longueur infinie.
 On se place en régime stationnaire
 Le contact entre le milieu et la barre est parfait.

On posera $\delta = \sqrt{\frac{a\lambda}{2h}}$

On donne $\lambda=400 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $h=15\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, $a=1\text{mm}$ et $L=10 \text{ cm}$.

1. Déterminer la répartition de température $T(x)$ au sein de l'ailette.
2. Proposer une définition de l'efficacité h de l'ailette et l'évaluer.
3. L'ailette n'est en fait pas infinie, reprendre dans ce cas les questions 1 et 2. On vérifiera que l'hypothèse faite précédemment n'est pas valable.

6.16 Diffusion d'un échelon

Un barreau homogène et isotrope, de longueur L et de diffusivité thermique D , est limité par deux faces planes P_0 et P_1 . On considère seulement des transferts conductifs selon l'axe Ox du barreau. On impose, en $x=-L/2$ et $x=L/2$, des températures constantes et égales à T_0 .

1. On suppose qu'à l'instant $t=0$, la répartition de température est : $T_n(x, 0) = T_0 + \theta_0 \cos(\frac{(2n+1)\pi x}{L})$
 Ces conditions initiales sont-elles compatibles avec les conditions limites ? On cherche une solution sous la forme : $T_n(x, t) = T_0 + \theta(t) \cos(\frac{(2n+1)\pi x}{L})$
 Déterminer complètement $T(x, t)$. Commenter.

2. A l'instant initial, on impose maintenant un créneau :

$$T(x, 0) = T_1 \text{ pour } x \in [-L/4, L/4]$$

$$T(x, 0) = T_0 \text{ sinon}$$

Faire la décomposition en série de Fourier de cette fonction à l'aide de l'ordinateur et en justifiant avec soin cette démarche.

$$\text{Réponse : } T(x, 0) = \frac{T_0+T_1}{2} + \frac{2}{\pi}(T_1 - T_0) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos(\frac{(2n+1)\pi x}{L})$$

Déterminer complètement la solution $T(x,t)$.

On donne $D=10^{-5}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ et $L=20\text{cm}$.

Calculer numériquement les constantes de temps caractéristiques des cinq premières harmoniques.

Quelles approximations peut-on faire si l'on ne s'intéresse pas à l'évolution de la température au voisinage de l'instant initial ? Que peut-on dire de la répartition spatiale de température au bout de quelques minutes ?

6.17 Contact entre deux solides via une barre.

On considère maintenant deux solides de même capacité calorifique $C=mc$ et de conductivité thermique très grande de telle manière que la température de chacun deux est uniforme à chaque instant. Ces deux solides sont reliés par un corps de résistance thermique R_{th} et de capacité calorifique négligeable. L'ensemble est isolé de sorte qu'il n'y a aucun échange thermique entre ce système et

l'extérieur. On pose $T_1(0) = T_{10}$ et $T_2(0) = T_{20}$.
Déterminer $T_1(t)$ et $T_2(t)$.

6.18 Diffusion dans un tore.

On considère une barre de tore de rayon intérieur R_0 de côté a et b formant un arc repéré par l'angle α cf figure 6.1 Les faces latérales $AA'D'D$, $ABB'A'$, $BCC'B'$ et $CDD'C'$ sont calorifugées. Le matériau a une conductivité thermique k . La section $ABCD$ a une température uniforme T_0 et $A'B'C'D'$ une température uniforme $T_1 > T_0$. Le régime est permanent. Pour décrire la géométrie de l'ensemble, on utilise une représentation en coordonnées cylindriques d'axe Oz et d'angle polaire θ .

1. On admet que le vecteur densité de puissance thermique \vec{j}_{th} est ortho radial. Quel est son sens ?
2. Rappeler la loi de Fourier. En déduire que la température en un point P du tore ne dépend que de θ .
3. Montrer que \vec{j}_{th} ne dépend en fait pas de θ .
4. Calculer le flux de chaleur transporté par le tore, et sa résistance thermique.

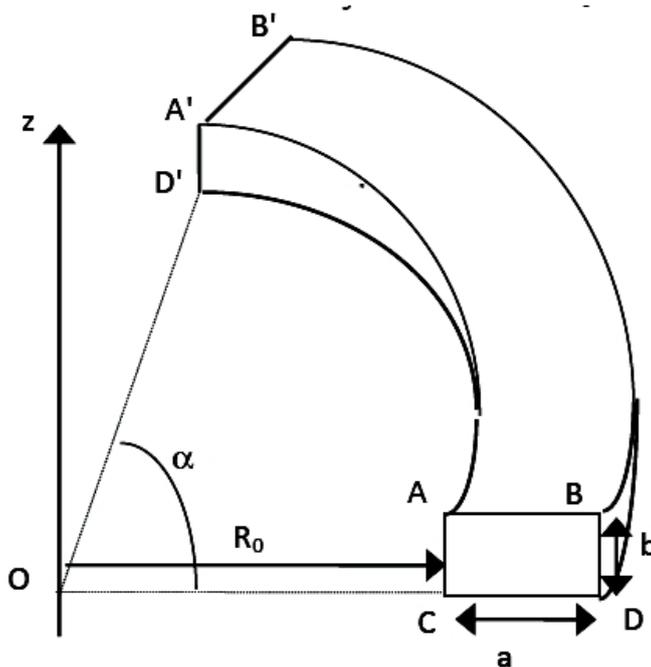


FIGURE 6.1 – Diffusion dans un tore.

6.19 Chaleur produite lors d'une réaction nucléaire.

Le combustible d'un réacteur nucléaire se présente sous forme de barres solides de rayon r_1 , de très grande longueur et de conductivité thermique λ_1 , à l'intérieur desquelles les réactions nucléaires

dégagent une puissance volumique P_v . Chaque barre est entourée d'une couche protectrice, sans activité nucléaire, de rayon intérieur r_1 , de rayon extérieur r_2 et de conductivité thermique λ_2 , dont la surface extérieure est maintenue à la température T_2 par une circulation liquide.

Données : $r_1=6\text{mm}$, $r_2=9\text{mm}$, $\lambda_1=2\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\lambda_2=25\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $P_v=2.10^8\text{W.m}^{-3}$, $T_2=500\text{K}$.

1. On s'intéresse à la température T_r à l'intérieure de la barre et de son enveloppe en régime permanent à distance r de l'axe de symétrie du système. On pose $T_1 = T(r_1)$. Montrer que la résistance thermique de la couche protectrice d'une barre de longueur L se met sous la forme $R_{th} = \frac{\alpha}{L}$. Calculer numériquement α .
2. Exprimer T_1 en fonction de T_2 , P_v , r_1 et α .
3. Etablir l'équation différentielle vérifiée par T_r pour $r < r_1$. Exprimer $T(0)$ en fonction de T_2 , P_v , λ_1 , r_1 et α . Calculer numériquement $T(0)$.

6.20 Fusible.

Un fusible électrique est fil électrique (cylindrique) de longueur L et de rayon $a \ll L$, de conductivité électrique σ , de conductivité thermique λ , de masse volumique μ . Le fil doit fondre si la densité de courant $\vec{j} = j\vec{u}_z$ uniforme dépasse une certaine valeur.

On souhaite donc étudier la température dans le fil en fonction du courant qui le traverse. La répartition de température est supposée en régime stationnaire mais radiale de telle sorte que $T(r)$.

1. En faisant un bilan énergétique sur la couronne comprise entre r et $r+dr$, montrer que $\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{j^2}{\sigma} = 0$.
2. En déduire $T(r)$ à deux constantes multiplicatives près.
3. Par un argument physique, éliminer une de ces deux constantes.
4. En supposant que l'atmosphère impose $T(r = a) = T_0$, déterminer complètement $T(r)$.
5. Sachant que la température de fusion du métal est T_F , déterminer le rayon a_0 du fusible permettant de faire fondre le fusible si $I > I_0$
6. En réalité, l'atmosphère ne peut imposer sa température au fusible mais il faut prendre en compte le flux conducto-convectif, modélisé par la loi de Newton $\phi_{cc} = h \cdot 2\pi a L \cdot (T(a) - T_0)$ ($ah \ll \lambda$). Calculer le nouveau rayon a_0 du fusible permettant de faire fondre le fusible si $I > I_0$

6.21 Gel d'un lac

Un lac de surface S gèle lorsque l'air au dessus de celui ci est à une température $T_a < 0^\circ\text{C}$. Une couche de glace d'épaisseur $e(x)$ apparaît. L'eau liquide du lac est, elle, à $T_e = 0^\circ\text{C}$. L'interface air glace se situe en $x = 0$ et l'interface eau glace en $x = e(x)$, l'axe des x est donc selon la verticale descendante.

Données : chaleur latente de fusion de la glace $l_F = 330\text{kJ.kg}^{-1}$ à $T_F = 273\text{K}$.

capacité calorifique de la glace $c_g = 4,06\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, conductivité thermique $\lambda_g = 5.10^{-2}\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ et masse volumique $\mu_g = 990\text{kg.m}^{-3}$

capacité calorifique de l'eau liquide $c_l = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et sa masse volumique $\mu_l = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$
On suppose que l'air impose sa température T_a à la surface de la glace : $T(z = 0, t) = T_a$

1. En régime permanent, établir l'expression de $T(x)$ dans la glace et exprimer le flux thermique ϕ traversant la glace
2. En faisant un bilan thermodynamique sur l'épaisseur de d'eau qui gèle pendant l'intervalle de temps dt , montrer que $e \cdot \frac{de}{dt} = \alpha(T_F - T_a)$ avec α un coefficient à déterminer en fonction des données de l'énoncé.
3. Etablir la loi d'évolution de croissance de la glace $e(t)$
4. En déduire alors un temps caractéristique des variations de $e(t)$.
5. Discuter la validité de l'ARQS dans la glace.