

# Mécanique du Solide. Agrégation

Ph. Ribière

Samedi 19 Novembre 2011

## 1 Bille qui descend sur plan incliné.

Une bille de rayon  $R$ , de masse  $M$  et de moyen d'inertie par rapport à son axe  $J = \frac{2}{5}mR^2$  est placée au sommet d'un plan incliné d'angle  $\alpha$  avec l'horizontale. La bille est posée immobile. Le coefficient de frottement solide entre la bille et le sol est noté  $f$ .

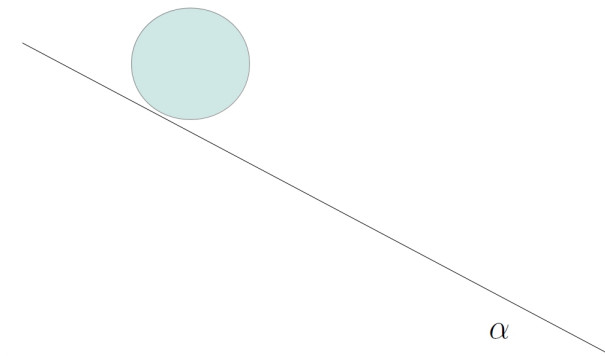


FIGURE 1 – Roue qui descend sur plan incliné.

1. On suppose que la bille sans glisser. Calculer la vitesse de rotation et de translation sur le plan incliné.
2. Vérifier l'hypothèse faite.
3. Que penser d'une approche énergétique ?
4. Que se passerait-il si le coefficient de frottement solide était nul ?

## 2 Bille qui patine.

Une bille de rayon  $R$ , de masse  $M$  et de moment d'inertie par rapport à son axe  $J = \frac{2}{5}mR^2$  est placée sur un plan horizontal. La bille a initialement un mouvement de rotation autour d'un axe propre de vitesse  $\omega_0$  mais une vitesse de translation nulle. Le coefficient de frottement solide entre la bille et le sol est noté  $f$ .

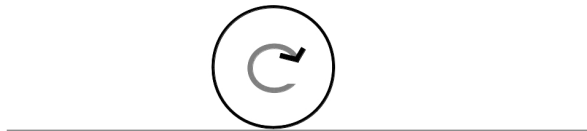


FIGURE 2 – Roue qui patine.

1. Calculer la vitesse de glissement initiale. Justifier que le mouvement s'effectue au moins au début avec glissement.
2. Calculer la vitesse de rotation et de translation de la bille.
3. Vérifier l'hypothèse faite.
4. Que dire du mouvement ultérieur.
5. Que se passerait-il si le coefficient de frottement solide était nul ?

## 3 Cylindre sur le plateau d'un camion qui démarre.

Un camion démarre avec une accélération  $\vec{a}_0 = a_0 \vec{u}_x$ . Sur son plateau, se trouve un cylindre homogène de rayon  $R$  et de moment d'inertie  $J = \frac{1}{2}mR^2$  qui n'est pas attaché. Le coefficient de frottement solide entre le cylindre et le plateau est noté  $f$ .

1. On souhaite étudier le mouvement du cylindre dans le référentiel du sol supposé galiléen.
2. On suppose que le camion accélère faiblement au départ et donc que le cylindre roule sans glisser. En déduire alors les équations du mouvement du cylindre  $(\dot{x}(t), \dot{\theta}(t))$
3. Calculer alors ce que signifie "le camion accélère faiblement"

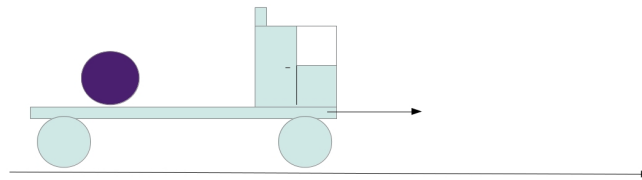


FIGURE 3 – Cylindre sur le plateau d'un camion qui démarre.

4. Reprendre l'étude dans le cas où le camion accélère fortement.
5. Reprendre l'étude dans le référentiel du camion.

#### 4 Barre sur deux rouleaux tournants.

Deux cylindres distant de  $d$  et de rayon  $R$  sont mis en rotation à vitesse respective  $+\omega_0\vec{u}_y$  et  $-\omega_0\vec{u}_y$  très grande. Une barre homogène de longueur  $l$  est placée sur ces deux rouleaux, tel que  $G$  soit au milieu des deux rouleaux à  $t=0$  et on constate que le centre de gravité de la barre à un mouvement oscillant et ne décolle pas. Le coefficient de frottement solide barre-rouleau est noté  $f$ .



FIGURE 4 – Barre sur deux rouleaux tournants.

1. Etudier le mouvement de la barre.
2. Que se passerait-il si les deux rouleaux tournaient en sens inverse ?

## 5 Petite bille sur une grande bille.

Un grande bille de centre  $O$  et de rayon  $R$  est immobile. A son sommet est placé une petite bille de centre  $G$  de rayon  $r$  et elle roule sans glisser sur la grande bille. La rotation du centre de gravité  $G$  de la petite bille est repérée par un angle  $\theta(t)$  et la rotation de la petite bille sur elle même est repérée par l'angle  $\varphi(t)$ , ces deux angles étant pris par rapport à un axe fixe  $Ox$  dans  $R$ . Le moment d'inertie de la petite bille est  $J = \frac{2}{5}mr^2$  autour de l'axe  $Gz$ . Le coefficient de frottement solide entre les deux billes est noté  $f$ .

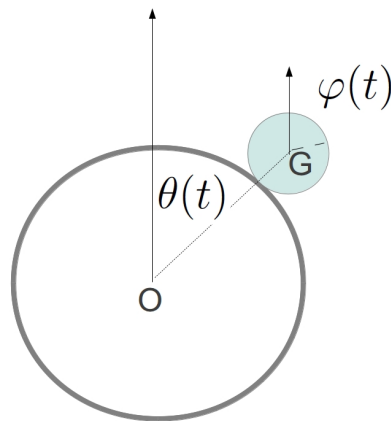


FIGURE 5 – Petite bille sur une grande bille.

1. Etudier le mouvement de la petite bille
2. Calculer l'angle de décollement de la petite bille  $\theta_d$  sur la grande bille.
3. Vérifier que la petite bille roule sans glisser jusqu'à son décollement.