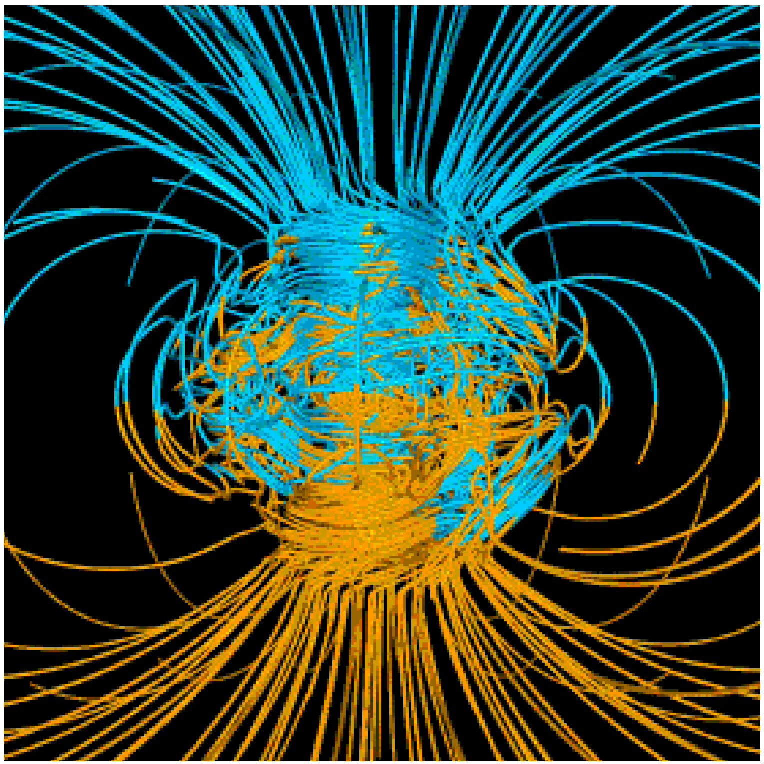
Electromagnétisme 1

Magnétostatique



Magnétostatique

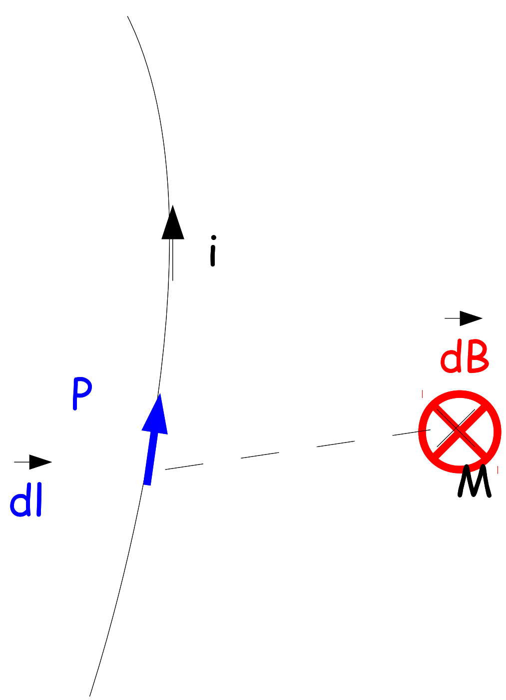
1. Champ magnétique pour des conducteurs filiformes, loi de Biot et Savart

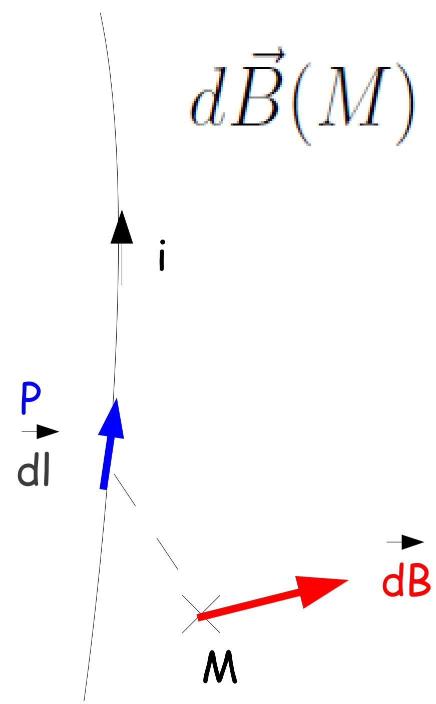
Magnétostatique

1. Champ magnétique pour des conducteurs filiformes, loi de Biot et Savart

Chaque élément de longueur $\vec{dl}$ (centré sur un point P) d'un conducteur parcourue par un courant i créée au point M un champ magnétique $\vec{dB}(M)$ tel que:

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{l}(P) \wedge \vec{u}_{P\to M}}{PM^2}$$





Magnétostatique

1. Champ magnétique pour des conducteurs filiformes, loi de Biot et Savart

Chaque élément de longueur $\vec{dl}$ (centré sur un point P) d'un conducteur parcourue par un courant i créée au point M un champ magnétique $d\vec{B}(M)$ tel que:

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{l}(P) \wedge \vec{u}_{P\rightarrow M}}{PM^2}$$

$$\vec{B}_{tot}(M) = \int_{P\in conducteur\ \ filiforme} d\vec{B} = \int_{P\in conducteur\ \ filiforme} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{l}(P) \wedge \vec{u}_{P\rightarrow M}}{PM^2}$$

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.1. Symétrie de la distribution de courant, conséquence sur la direction du champ

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.1. Symétrie de la distribution de courant, conséquence sur la direction du champ

Définition: Le plan Π est un plan de symétrie si l'opérateur symétrie plane sym() laisse invariant la distribution de courant: $sym(\vec{j})(P)=\vec{j}(P')$ où P' désigne le symétrique de P par rapport à Π.

La distribution de courant et son image dans le miroir plan se superposent, se confondent.

Propriété 1: Le champ magnétique en un point M du plan de symétrie Π est perpendiculaire au plan de symétrie.

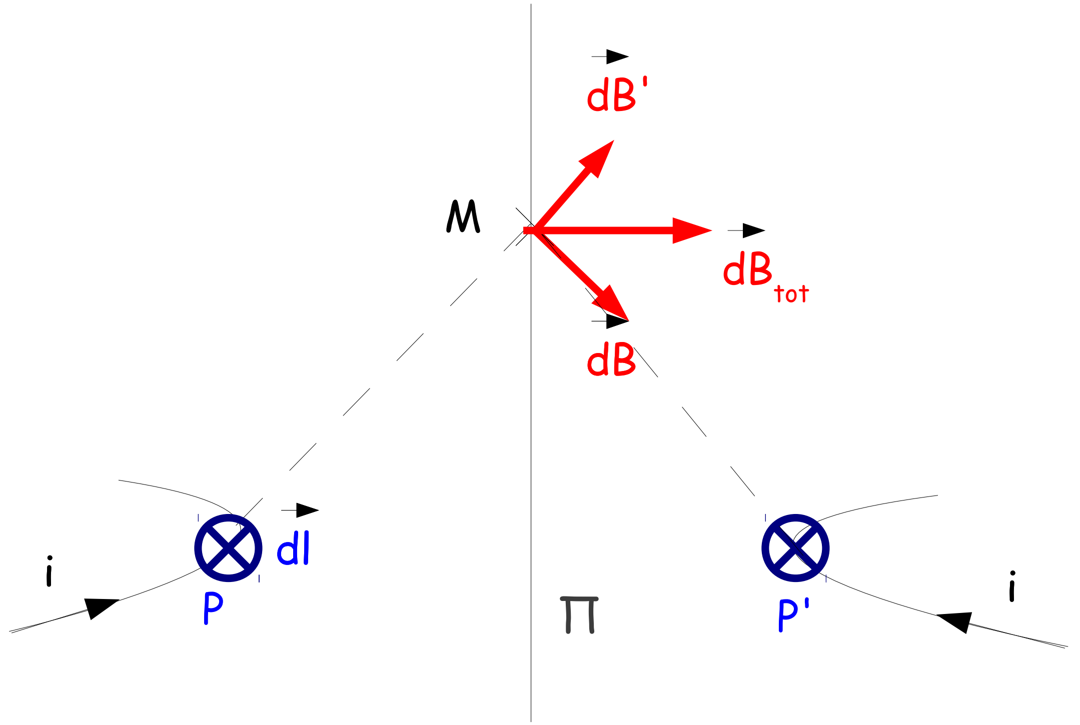
Propriété 2: Le champ magnétique est antisymétrique par rapport au plan Π.

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.1. Symétrie de la distribution de courant, conséquence sur la direction du champ

Propriété 1: Le champ magnétique en un point M du plan de symétrie Π est perpendiculaire au plan de symétrie.

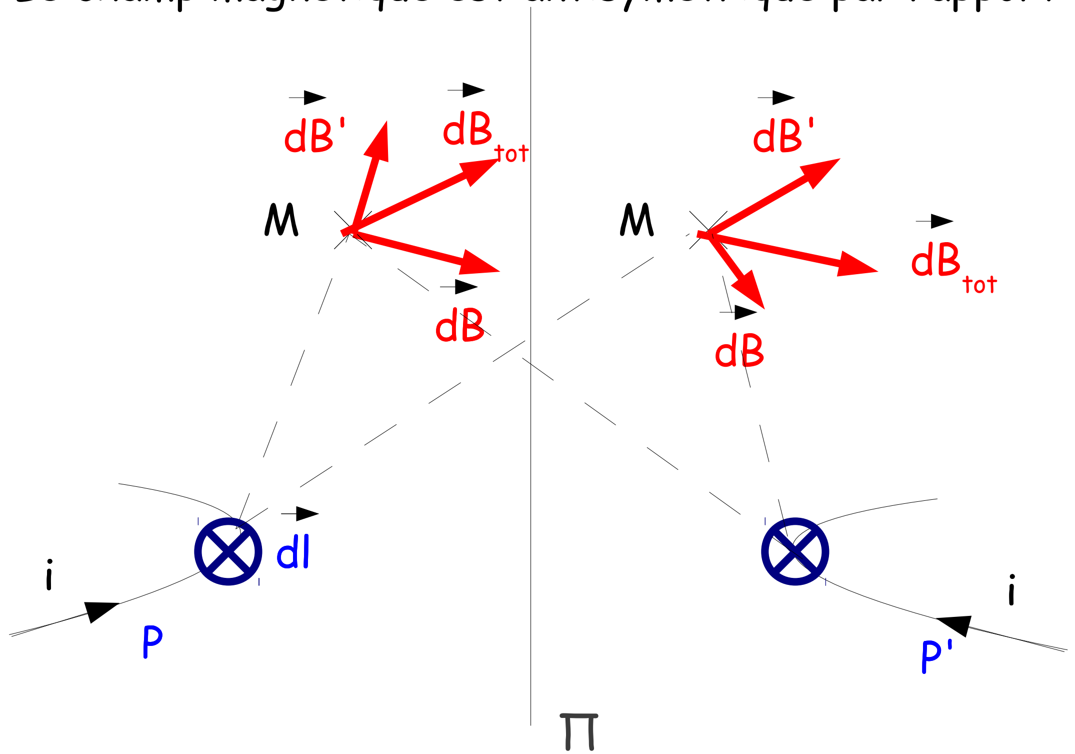


Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.1. Symétrie de la distribution de courant, conséquence sur la direction du champ

Propriété 2: Le champ magnétique est antisymétrique par rapport au plan Π.



Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.1. Symétrie de la distribution de courant, conséquence sur la direction du champ

Définition: Le plan Π* est un plan d'antisymétrie si l'opérateur symétrie plane sym() transforme la distribution de courant en la distribution opposée:

$sym(\vec{j})(P)=-\vec{j}(P')$ où P' désigne le symétrique de P par rapport à Π*.

La distribution de courant et l'opposée de son image dans le miroir plan se superposent, se confondent.

Propriété 1: Le champ magnétique en un point M du plan d'antisymétrie Π* appartient au plan d'antisymétrie.

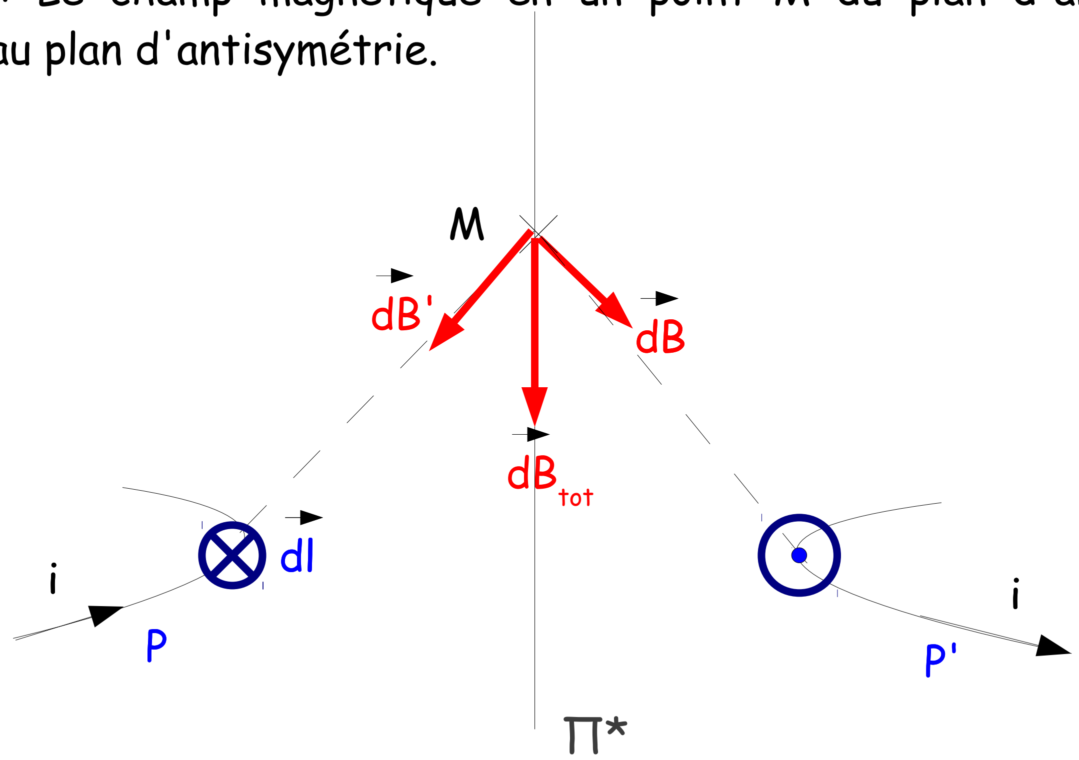
Propriété 2: Le champ magnétique est symétrique par rapport au plan Π*.

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.1. Symétrie de la distribution de courant, conséquence sur la direction du champ

Propriété 1: Le champ magnétique en un point M du plan d'antisymétrie Π* appartient au plan d'antisymétrie.

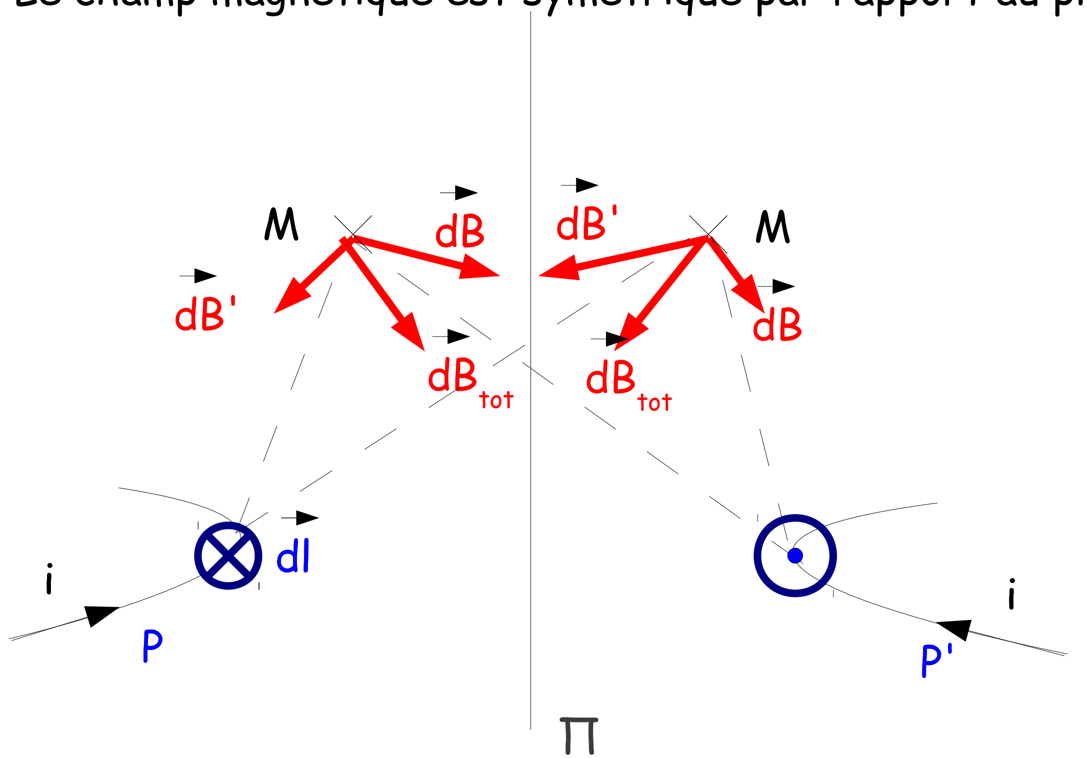


Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.1. Symétrie de la distribution de courant, conséquence sur la direction du champ

Propriété 2: Le champ magnétique est symétrique par rapport au plan Π*.



Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.2. Invariance de la distribution de courant, conséquence

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.2. Invariance de la distribution de courant, conséquence

Si la distribution de courant est invariante par translation et/ou rotation, alors le champ magnétique est lui même invariant par translation et/ou rotation.

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

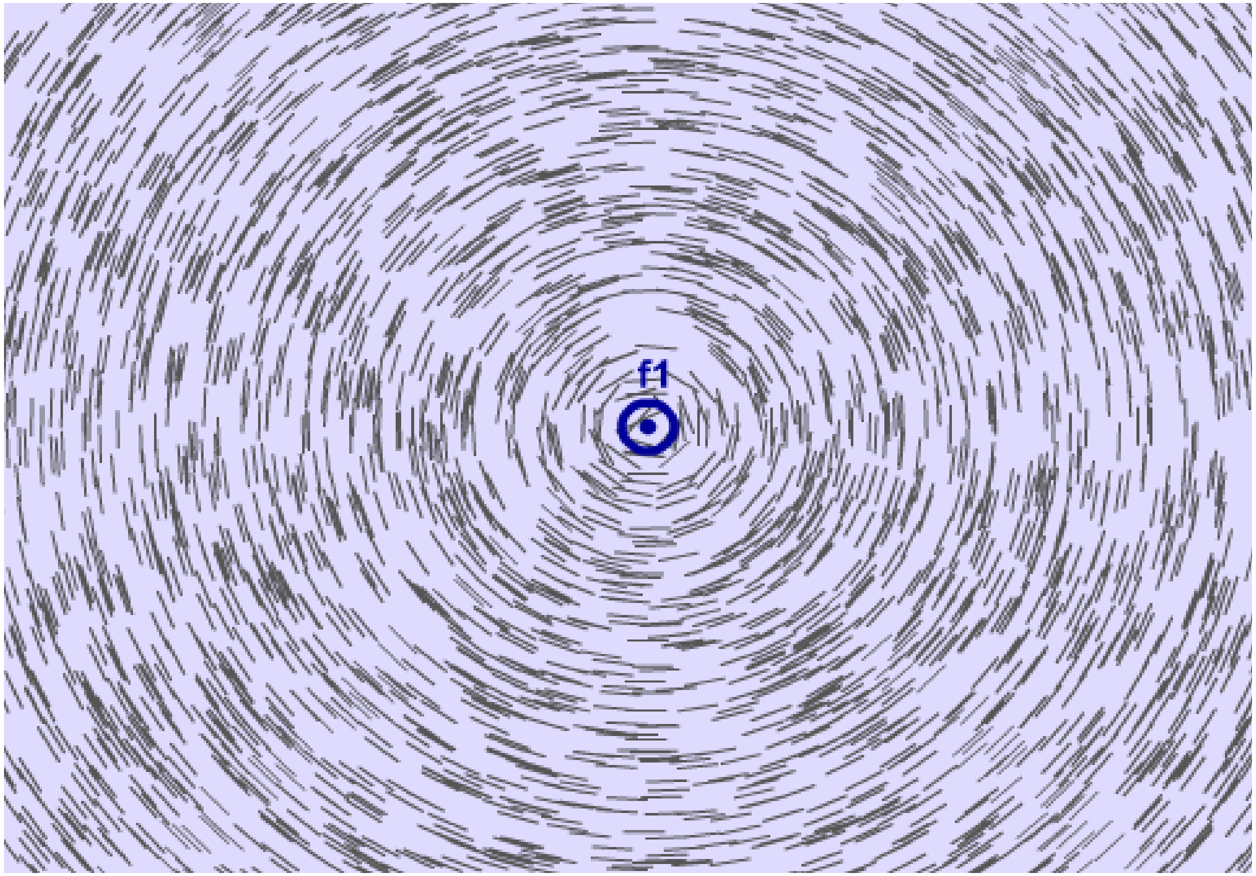
2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Fil infini

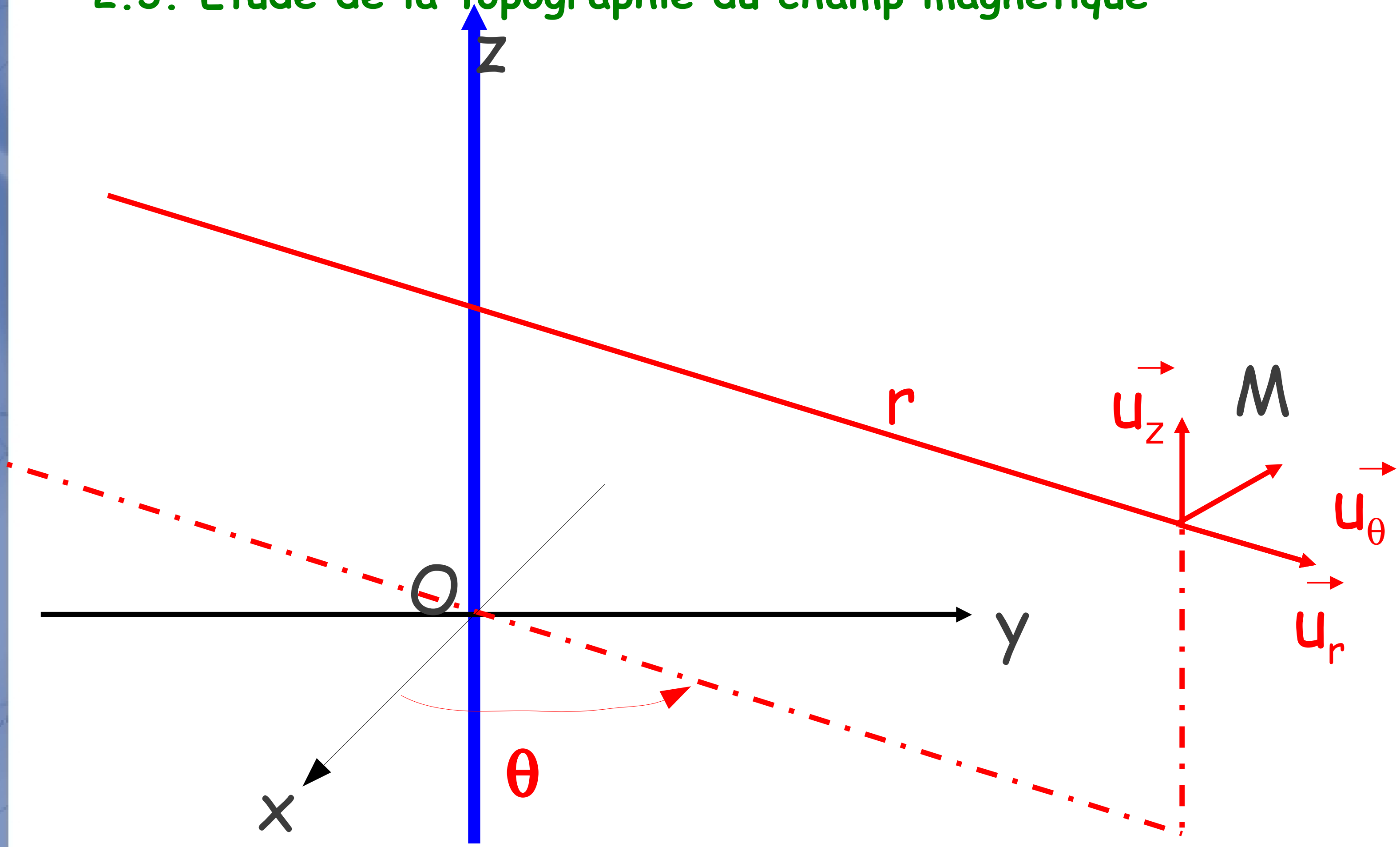


Visualisation de ligne de champ magnétique

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

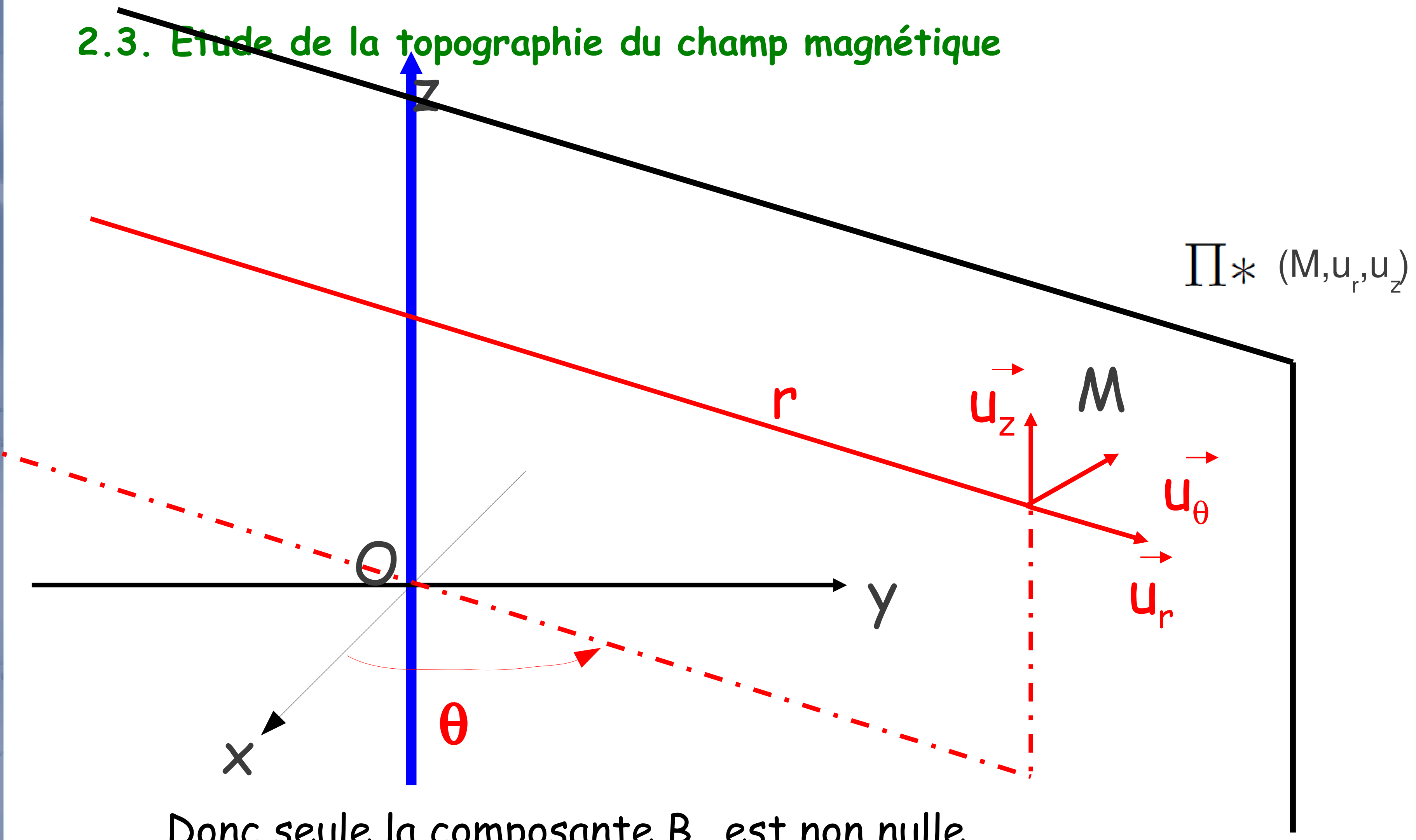
2.3. Etude de la topographie du champ magnétique



Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

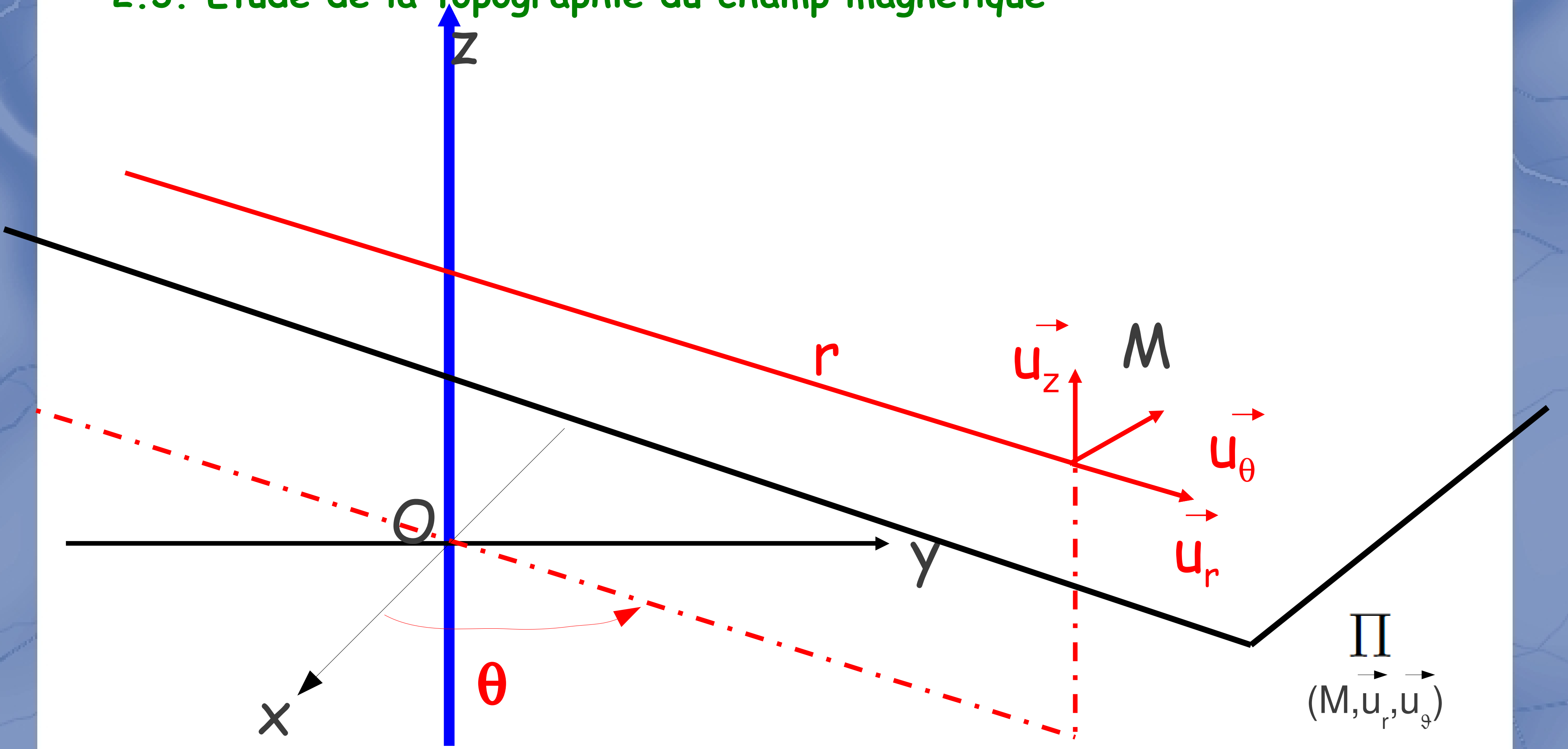


Donc seule la composante B_θ est non nulle

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique



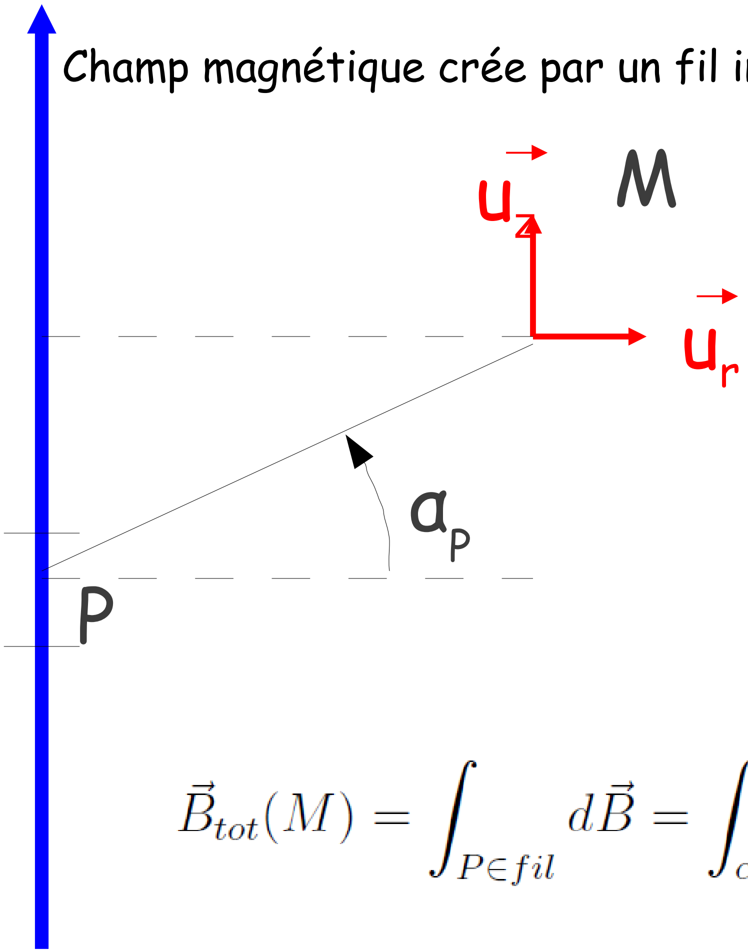
Donc la composante B_z est nulle

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Champ magnétique crée par un fil infini parcouru par un courant i



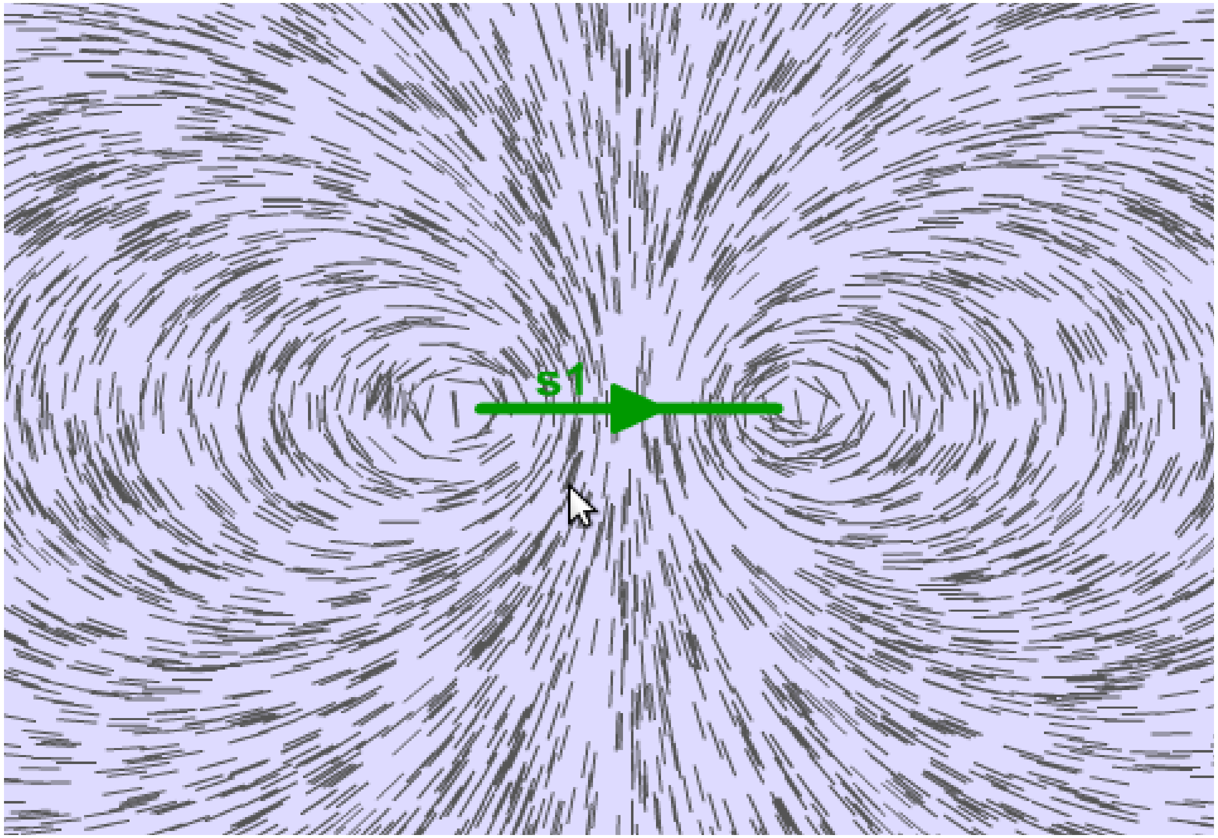
$$\vec{B}_{tot}(M) = \int_{P \in fil} d\vec{B} = \int_{\alpha_P=-\pi/2}^{\alpha_P=\pi/2} \frac{\mu_0.i}{4\pi r} \cos(\alpha_P).d\alpha_P \vec{u}_\theta = \frac{\mu_0.i}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Une spire



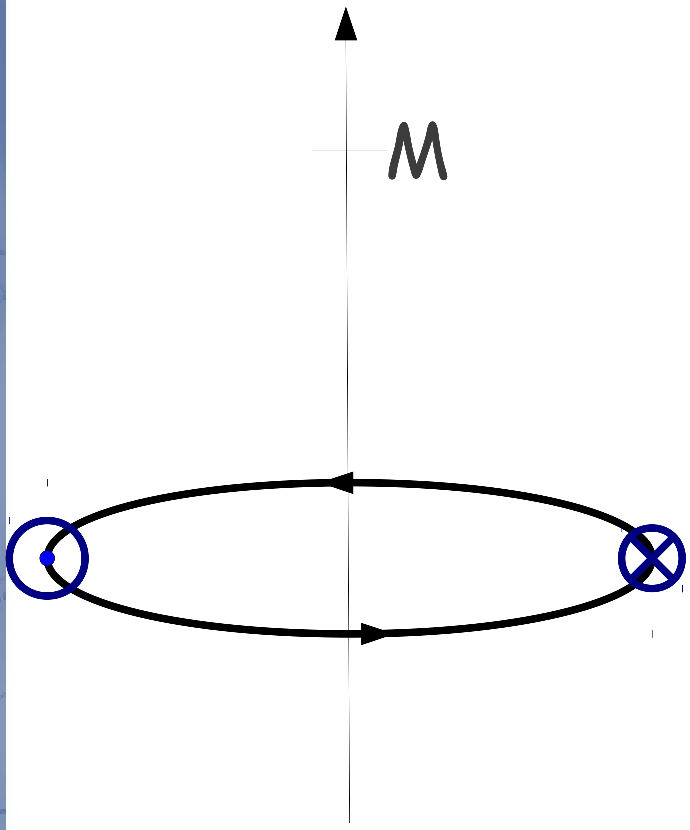
Visualisation de ligne de champ magnétique

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Champ magnétique crée par une spire de rayon R parcourue par un courant i en un point M de son axe

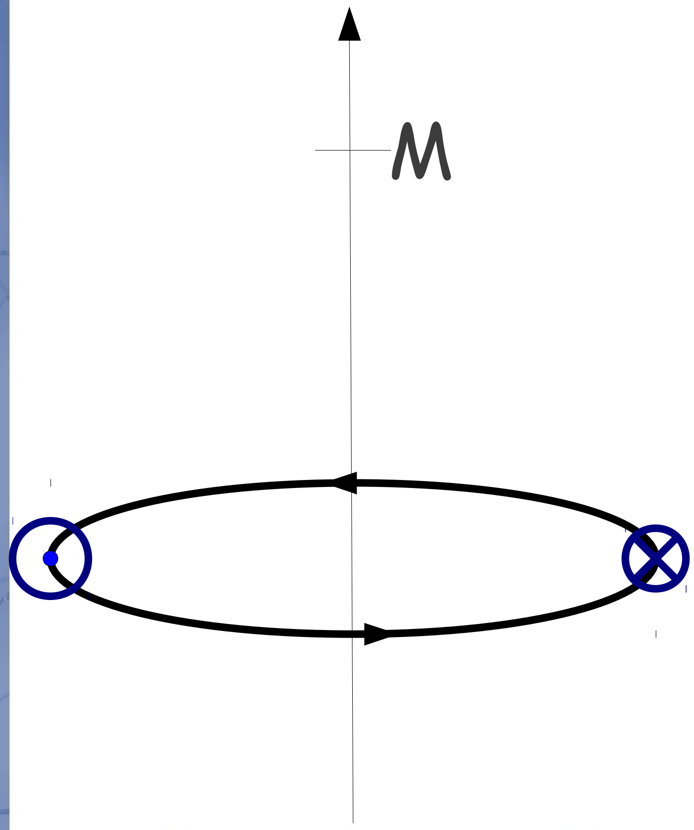


Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Champ magnétique crée par une spire de rayon R parcourue par un courant i en un point M de son axe



$\Pi(M,\vec{u}_x,\vec{u}_z)$ est un plan de symétrie

$\Pi(M,\vec{u}_y,\vec{u}_z)$ est un plan de symétrie

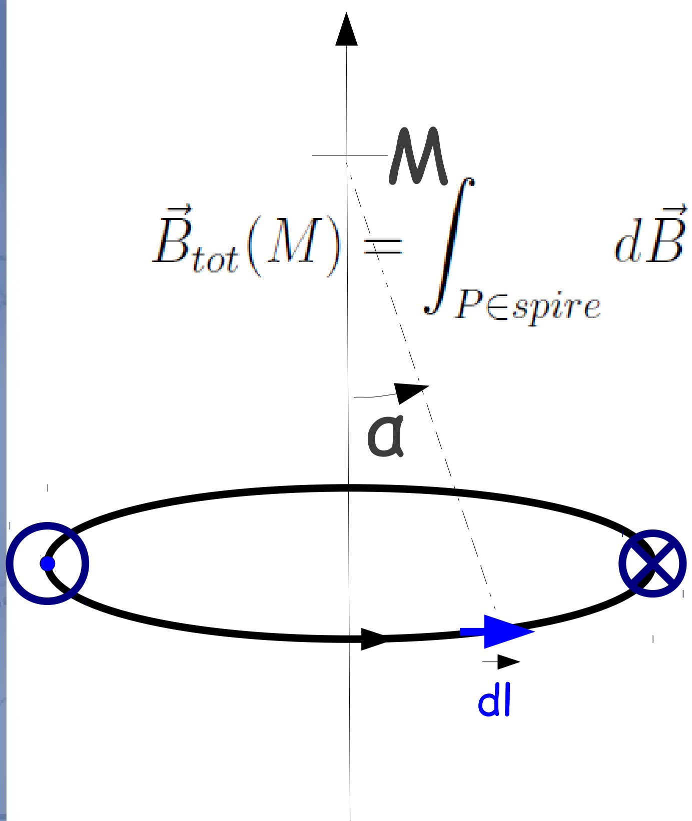
Donc seule B_z est non nulle

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Champ magnétique crée par une spire de rayon R parcourue par un courant i en un point M de son axe



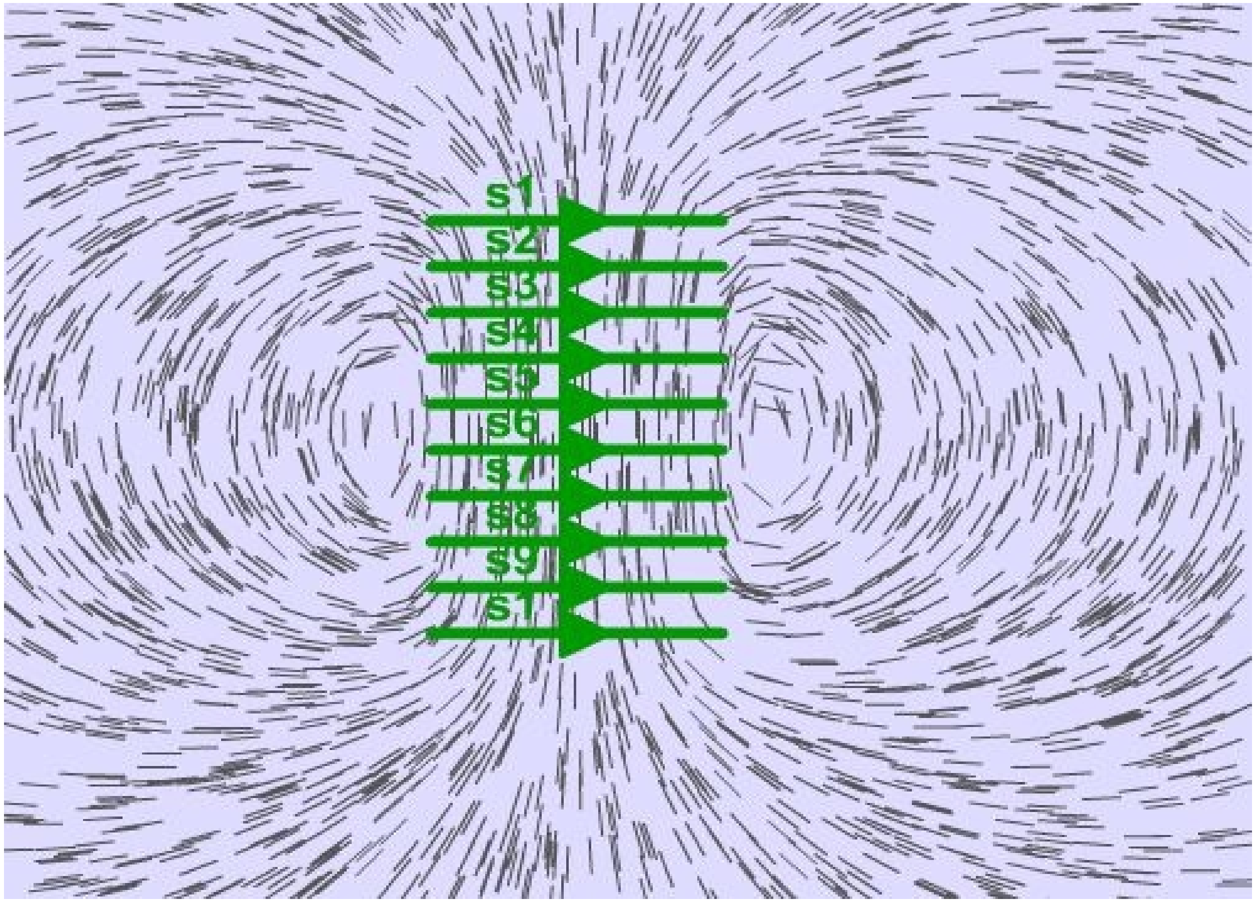
$$\vec{B}_{tot}(M) = \int_{P \in spire} d\vec{B} = \int_{\theta_P=0}^{\theta_P=2\pi} \frac{\mu_0.i.\sin^3(\alpha)}{4\pi R}.d\theta_P \vec{u}_z = \frac{\mu_0.i.\sin^3(\alpha)}{2.R}\vec{u}_z$$

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Le solénoïde



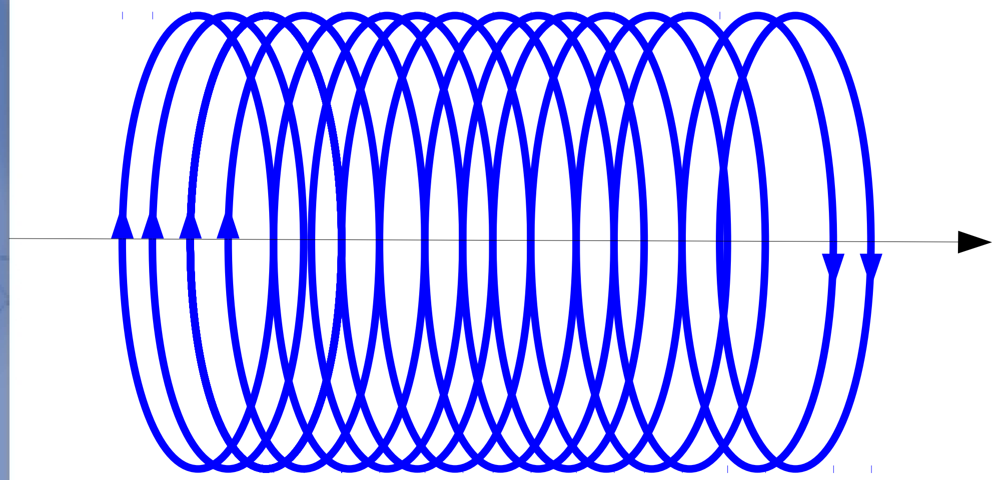
Visualisation de ligne de champ magnétique

Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Champ magnétique crée par un ensemble de N spires (solénoïde) de rayon R parcourues par un courant i en un point M de leur axe

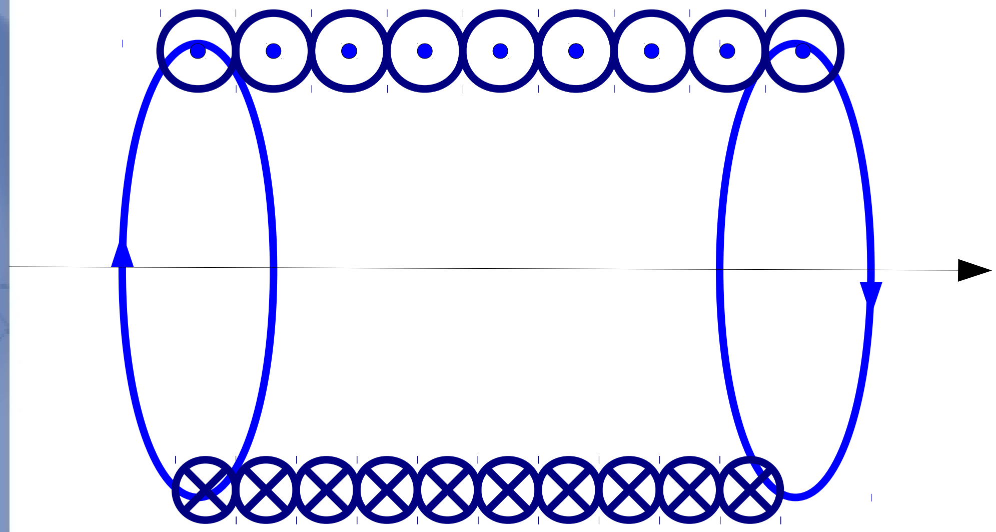


Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Champ magnétique crée par un ensemble de N spires (solénoïde) de rayon R parcourues par un courant i en un point M de leur axe

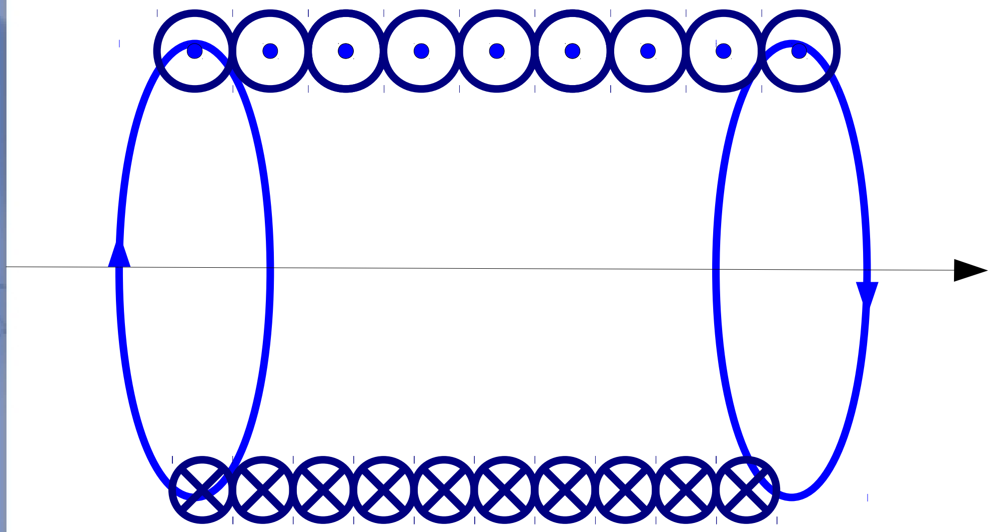


Magnétostatique

2. Propriété de symétrie et d'invariance du champ magnétique

2.3. Etude de la topographie du champ magnétique

Champ magnétique crée par un ensemble de N spires (solénoïde) de rayon R parcourues par un courant i en un point M de leur axe



$$\vec{B}_{tot}(M) = \int_{spires} d\vec{B} = \int_{\alpha=-\pi/2}^{\alpha=\pi/2} \frac{\mu_0.i.\sin^3(\alpha)}{2.R} n.dz\vec{u}_z = \int_{\alpha=-\pi/2}^{\alpha=\pi/2} \frac{\mu_0.i.\sin^3(\alpha)}{2.R} n.\frac{-Rd\alpha}{\sin^2(\alpha)}\vec{u}_z$$

$$\boxed{\vec{B}_{tot}(M) = \mu_0.n.i.\vec{u}_z = \mu_0.\frac{N}{L}.i.\vec{u}_z}$$

Magnétostatique

3. Le théorème d'Ampère

3.1. Le théorème d'Ampère

Magnétostatique

3. Le théorème d'Ampère

3.1. Le théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétique le long d'un contour C fermé et orienté est le produit de μ_0 par le courant enlacé I_C par le contour C.

$$\oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I_C$$

3. Le théorème d'Ampère

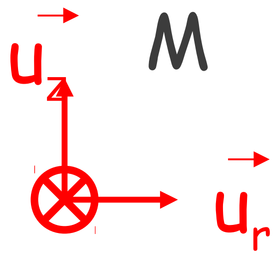
3.2. Application au calcul de distribution classique

Magnétostatique

3. Le théorème d'Ampère

3.2. Application au calcul de distribution classique

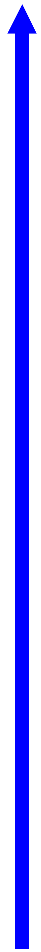
Le fil infini  parcouru par i (>0 selon z)

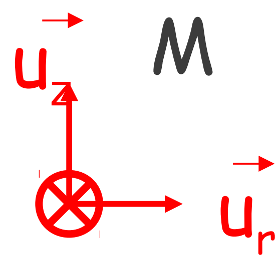


Magnétostatique

3. Le théorème d'Ampère

3.2. Application au calcul de distribution classique

Le fil infini  parcouru par i (>0 selon z)



Par symétrie, B ne possède qu'une composante B_θ

Par invariance B ne dépend que de la coordonnée r

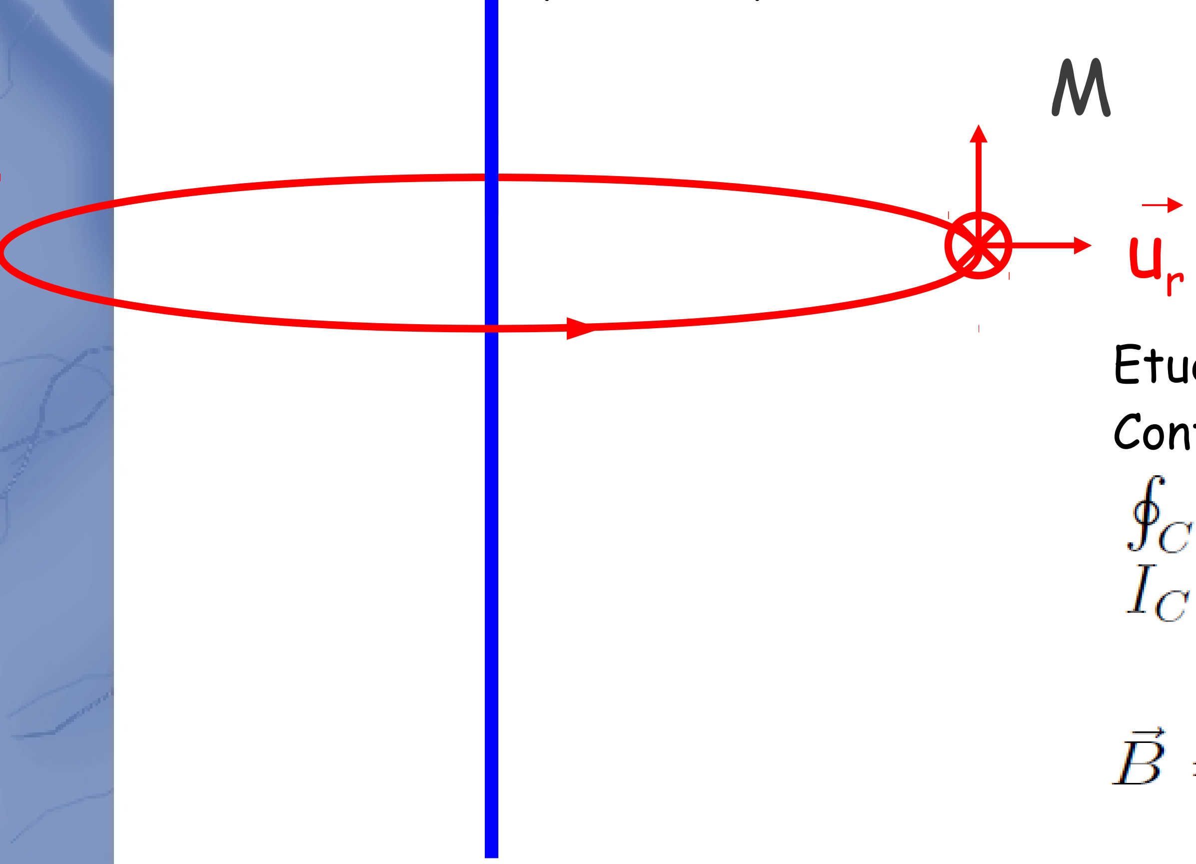
Etude par le théorème d'Ampère

Magnétostatique

3. Le théorème d'Ampère

3.2. Application au calcul de distribution classique

Le fil infini parcouru par i (>0 selon z)



Etude par le théorème d'Ampère

Contour d'Ampère (rouge)

$$\oint_C \vec{B}.d\vec{l} = B_\theta(r).2\pi r$$

$$I_C = i$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0.i}{2\pi r}\vec{u}_\theta$$

Magnétostatique

4. Force subie par un conducteur dans un champ magnétique extérieur

4.1. Force de Laplace

Magnétostatique

4. Force subie par un conducteur dans un champ magnétique extérieur

4.1. Force de Laplace

Un élément infinitésimal $\vec{dl}$ de conducteur filiforme plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ est soumis à une force de Laplace $\vec{dF}$:

$$\boxed{d\vec{F} = id\vec{l} \wedge \vec{B}}$$

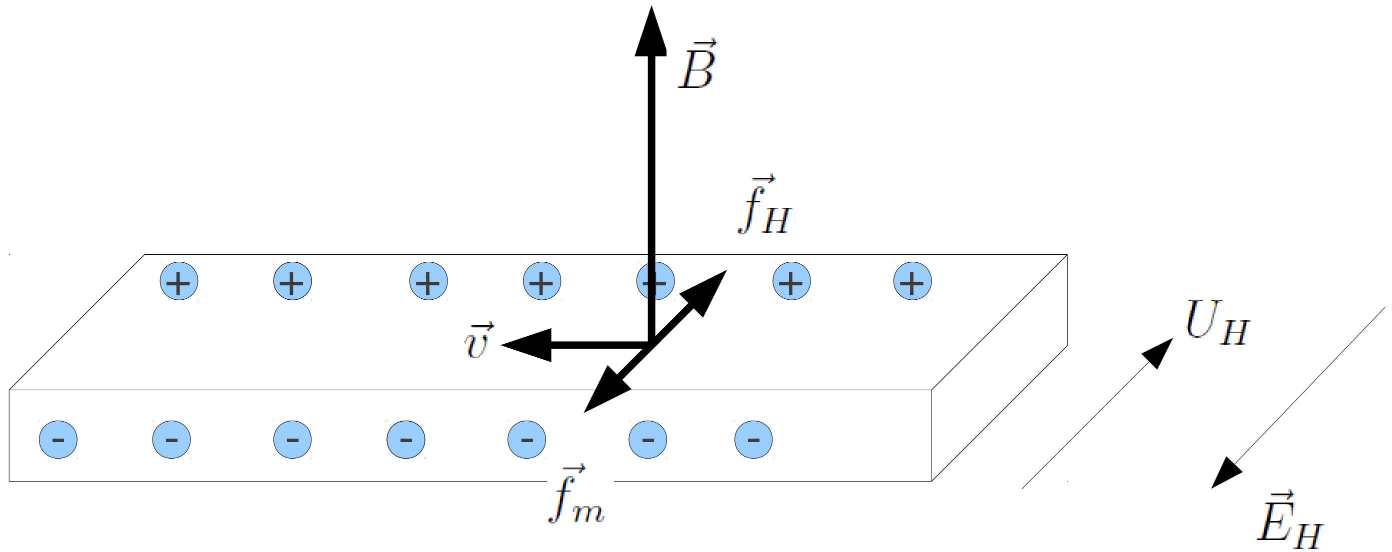
Magnétostatique

4. Force subie par un conducteur dans un champ magnétique extérieur

4.2. Effet Hall

4. Force subie par un conducteur dans un champ magnétique extérieur

4.2. Effet Hall



$$\vec{v} = \vec{j}/(-e.n) = -\vec{u}_x i/(-e.n.ab)$$

$$\vec{f}_H + \vec{f}_m = \vec{0} \qquad \text{Donc } \vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B} = -\frac{i.B}{n.e.ab}\vec{u}_y$$

$$\text{et } U_H = -\int_0^a \vec{E}_H.dy\vec{u}_y = \frac{i}{n.e.b}.B$$

Magnétostatique

5. Le dipôle magnétique

5.1. Définition du dipôle magnétique

Magnétostatique

5. Le dipôle magnétique

5.1. Définition du dipôle magnétique

Un dipôle magnétique est un ensemble localisé de courant caractérisé par son moment dipolaire (magnétique):

$$\vec{M} = \int\int i.d\vec{S} = IS\vec{n}$$

Magnétostatique

5. Le dipôle magnétique

5.2. Champ créé par le dipôle magnétique

Magnétostatique

5. Le dipôle magnétique

5.2. Champ créé par le dipôle magnétique

$$\vec{B} = \frac{\mu_0[3(\vec{M}.\vec{u})\vec{u} - \vec{M}]}{4\pi r^3}$$

Magnétostatique

5. Le dipôle magnétique

5.3. Actions subies par le dipôle magnétique dans un champ extérieur

5. Le dipôle magnétique

5.3. Actions subies par le dipôle magnétique dans un champ extérieur

Un dipôle rigide magnétique dans un champ magnétique extérieur est soumis à une énergie potentielle :

$$E_P = -\vec{M}.\vec{B}$$