

Diffusion thermique.

P. Ribière

Collège Stanislas

Année Scolaire 2016/2017

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.
- 3 Exemples d'application.

Plan

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
 - Divers modes de transfert thermique.
 - Vecteur densité de flux de chaleur.
 - Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.
- 3 Exemples d'application.

Il existe trois types de transfert de la chaleur :

- La convection :

Il existe trois types de transfert de la chaleur :

- La convection :

Le fluide transporte de la chaleur lors de son mouvement.

La convection n'est donc valable que **dans les fluides** (liquides ou gaz) et suppose **un mouvement d'ensemble macroscopique** du fluide.

Exemple : Rouleaux de convection dans l'atmosphère ou dans la casserole.

- Le rayonnement :

Il existe trois types de transfert de la chaleur :

- La convection :

Le fluide transporte de la chaleur lors de son mouvement.

La convection n'est donc valable que **dans les fluides** (liquides ou gaz) et suppose **un mouvement d'ensemble macroscopique** du fluide.

Exemple : Rouleaux de convection dans l'atmosphère ou dans la casserole.

- Le rayonnement :

Tout corps chaud émet des ondes électromagnétiques, qui propagent de l'énergie.

Le rayonnement ne dépend que de la température du corps émetteur : **rayonnement du corps noir** (physique statistique et quantique) et l'énergie se propage même **dans le vide**.

Exemple : Le Soleil rayonne dans le visible et chauffe la Terre à travers le vide interstellaire, les "vieilles" ampoules à fil chaud, l'homme rayonne dans l'infrarouge et est visible avec des lunettes adaptées.

- La diffusion, aussi appelé conduction de la chaleur :

Il existe trois types de transfert de la chaleur :

- La convection :

Le fluide transporte de la chaleur lors de son mouvement.

La convection n'est donc valable que **dans les fluides** (liquides ou gaz) et suppose **un mouvement d'ensemble macroscopique** du fluide.

Exemple : Rouleaux de convection dans l'atmosphère ou dans la casserole.

- Le rayonnement :

Tout corps chaud émet des ondes électromagnétiques, qui propagent de l'énergie.

Le rayonnement ne dépend que de la température du corps émetteur : **rayonnement du corps noir** (physique statistique et quantique) et l'énergie se propage même **dans le vide**.

Exemple : Le Soleil rayonne dans le visible et chauffe la Terre à travers le vide interstellaire, les "vieilles" ampoules à fil chaud, l'homme rayonne dans l'infrarouge et est visible avec des lunettes adaptées.

- La diffusion, aussi appelé conduction de la chaleur :

L'inhomogénéité des températures du milieu entraîne des vibrations différentes des molécules du milieu qui se propagent de proche en proche, sans mouvement d'ensemble du milieu. La diffusion est le mode de transfert de la chaleur à travers les solides et aussi les fluides (sur les petites échelles spatiales.)

Exemple : Pertes de chaleur à travers les murs et fenêtres. Transfert via les parois des échangeurs thermiques.

Plan

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
 - Divers modes de transfert thermique.
 - **Vecteur densité de flux de chaleur.**
 - Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.
- 3 Exemples d'application.

Notion de flux : Etude du flux de voitures à travers une section des Champs Elysées.



FIGURE – Flux de voitures.

Notion de flux : Etude du flux de voitures à travers une section des Champs Elysées.



FIGURE – Flux de voitures.

Le nombre de voiture **qui traverse** une section $d\vec{S} = dS\vec{n}$ pendant dt est :

$$d^2N = \vec{j}_N \cdot d\vec{S} dt$$

Le flux de voitures est le nombre de voitures **qui traverse** une surface S orientée pendant dt alors :

$$\Phi = \iint \vec{j}_N \cdot d\vec{S} = \frac{dN}{dt}$$

\vec{j}_N est le vecteur densité de flux de voitures.
 (Il est possible d'établir une expression de \vec{j}_N :
 $\vec{j}_N = n \cdot \vec{v}$ avec n le nombre de voitures par unité de volume et \vec{v} leur vitesse (moyenne).)

Vecteur densité de flux de chaleur.

La chaleur $\delta^2 Q$ échangée à travers une section $d\vec{S} = dS\vec{n}$ pendant dt est :

$$\delta^2 Q = \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} dt$$

La chaleur δQ échangée à travers une section S orientée pendant dt est :

$$\delta Q = \left(\iint_S \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} \right) dt = P_Q \cdot dt = \Phi_Q \cdot dt$$

Le flux de chaleur est la quantité de chaleur **qui traverse** une surface S orientée pendant dt alors :

$$\Phi_Q = P_Q = \frac{\delta Q}{dt} = \iint_S \vec{j}_Q \cdot d\vec{S}$$

$\Phi_Q = P_Q$ est homogène à une puissance, en Watt W .

Par le théorème d'Ostrogradski :

$$P_Q = \Phi_Q = \iint_{S \text{ fermée}} \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} = \iiint_{V \in S} \text{div}(\vec{j}_Q) \cdot dV$$

\vec{j}_Q est le vecteur densité de flux de chaleur.

Il est homogène à une puissance par unité de surface, en $W \cdot m^{-2}$.

Plan

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
 - Divers modes de transfert thermique.
 - Vecteur densité de flux de chaleur.
 - Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.
- 3 Exemples d'application.

Conservation de l'énergie thermodynamique.

L'équation de conservation de l'énergie est

$$\operatorname{div}(\vec{j}_Q) + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Conservation de l'énergie thermodynamique.

L'équation de conservation de l'énergie est

$$\operatorname{div}(\vec{j}_Q) + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Remarque 1 : Dans les solides, supposés incompressible $c_p \simeq c_v \simeq c$.

Remarque 2 : L'idée de faire un bilan infinitésimal pour un système respectant les symétries du problème est une idée forte.

Pour un système à symétrie sphérique, le bilan se fera entre la sphère de rayon r et celle de rayon $r + dr$.

Conservation de l'énergie thermodynamique.

L'équation de conservation de l'énergie est

$$\operatorname{div}(\vec{j}_Q) + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Démonstration unidimensionnelle :

Conservation de l'énergie thermodynamique.

L'équation de conservation de l'énergie est

$$\operatorname{div}(\vec{j}_Q) + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Démonstration unidimensionnelle :

Considérons un tube unidimensionnel d'axe Ox , de section dS .

Isolons une tranche dx de ce tube et appliquons lui le premier principe de la thermodynamique pour une transformation isochore (dx fixé) pendant une durée dt .

$$d^2 U = \delta^2 W + \delta^2 Q$$

$$\delta^2 W = 0 \text{ transformation isochore}$$

$$d^2 U = dm(u(t + dt) - u(t)) = \mu dS dx \frac{\partial u}{\partial t} dt = \mu dS dx c_v \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

$$\delta^2 Q = \delta^2 Q_{entrant} - \delta^2 Q_{sortant} = j_{Q_x}(x) \cdot dS \cdot dt - j_{Q_x}(x + dx) \cdot dS \cdot dt$$

$$\frac{\partial j_{Q_x}}{\partial x} + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Conservation de l'énergie thermodynamique.

L'équation de conservation de l'énergie est

$$\operatorname{div}(\vec{j}_Q) + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Démonstration tridimensionnelle générale :

Conservation de l'énergie thermodynamique.

L'équation de conservation de l'énergie est

$$\operatorname{div}(\vec{j}_Q) + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Démonstration tridimensionnelle générale :

Considérons un volume V délimité par une surface S .

La surface est orientée par la normale sortante.

Appliquons lui le premier principe de la thermodynamique pendant une durée dt .

$$dU = \delta W + \delta Q$$

$$\delta W = 0 \text{ transformation isochore}$$

$$dU = \iiint_{V \in S} dm(u(t+dt) - u(t)) = \iiint_{V \in S} \mu dV \frac{\partial u}{\partial t} dt = \iiint_{V \in S} \mu dV c_v \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

$$\delta Q = - \iint_{S \text{ fermée}} \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} dt = - \iiint_{V \in S} \operatorname{div}(\vec{j}_Q) \cdot dV dt$$

(Le signe "-" vient que le flux est positif s'il est sortant car la normale est sortante.)

Puis en prenant pour volume V , un volume infinitésimal :

$$\operatorname{div}(\vec{j}_Q) + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Plan

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 **Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.**
 - Loi phénoménologique de Fourier.
 - Equation de diffusion, équation de la chaleur
- 3 Exemples d'application.

Il reste à établir un lien entre \vec{j}_Q et la température T .

Pour cela, il faut comprendre que le flux de chaleur est lié à l'inhomogénéité des températures dans l'espace.

Si la température est uniforme, alors il n'y a pas de flux de chaleur.

Il reste à établir un lien entre \vec{j}_Q et la température T .

Pour cela, il faut comprendre que le flux de chaleur est lié à l'inhomogénéité des températures dans l'espace.

Si la température est uniforme, alors il n'y a pas de flux de chaleur.

D'où il semble naturel d'écrire la loi suivante :

Loi semi empirique de Fourier.

$$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

Il reste à établir un lien entre \vec{j}_Q et la température T .

Pour cela, il faut comprendre que le flux de chaleur est lié à l'inhomogénéité des températures dans l'espace.

Si la température est uniforme, alors il n'y a pas de flux de chaleur.

D'où il semble naturel d'écrire la loi suivante :

Loi semi empirique de Fourier.

$$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

λ , appelé conductivité thermique, est homogène à des $W.m^{-1}.K^{-1}$ et caractérise la capacité d'un matériau à conduire la chaleur.

Pour les bons conducteurs comme les métaux : $\lambda \simeq 100 W.m^{-1}.K^{-1}$. (400 pour le cuivre, 40 pour l'acier).

Pour les mauvais conducteurs comme le béton ou le verre : $\lambda \simeq 1 W.m^{-1}.K^{-1}$. (1 pour le béton, 0,8 pour la pierre et 0,3 pour le verre).

Pour les isolants comme l'air : $\lambda \simeq 10^{-2}$ ().

Plan

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 **Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.**
 - Loi phénoménologique de Fourier.
 - Equation de diffusion, équation de la chaleur
- 3 Exemples d'application.

Equation de diffusion ou équation de la chaleur.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \quad \text{avec} \quad D = \frac{\lambda}{\mu c_v}$$

Démonstration unidimensionnelle :

Equation de diffusion ou équation de la chaleur.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \quad \text{avec } D = \frac{\lambda}{\mu c_v}$$

Démonstration unidimensionnelle :

En combinant l'équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial j_{Q_x}}{\partial x} + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

et la loi de phénoménologique de Fourier

$$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{u}_x$$

En supposant en outre que λ est constant (très approximatif car λ dépend de T),

$$\frac{\partial(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Equation de diffusion ou équation de la chaleur.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \quad \text{avec} \quad D = \frac{\lambda}{\mu c_v}$$

Démonstration tridimensionnelle :

Equation de diffusion ou équation de la chaleur.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \quad \text{avec } D = \frac{\lambda}{\mu c_v}$$

Démonstration tridimensionnelle :

En combinant l'équation de conservation de l'énergie :

$$\operatorname{div}(\vec{j}_Q) + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

et la loi de phénoménologique de Fourier

$$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad}} T$$

D'où

$$\operatorname{div}(-\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad}} T) + \mu c_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

En supposant en outre que λ est constant (très approximatif car λ dépend de T),

$$-\lambda \Delta T + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Equation de diffusion ou équation de la chaleur.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \quad \text{avec} \quad D = \frac{\lambda}{\mu c_v}$$

Interprétation de cette équation :

Equation de diffusion ou équation de la chaleur.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \quad \text{avec } D = \frac{\lambda}{\mu c_v}$$

Interprétation de cette équation :

L'équation de diffusion est une équation irréversible.

Elle n'est pas invariante par retournement temporelle (de $t \rightarrow t' = -t$).

Les échanges de chaleurs spontanées entre deux températures différentes se font du chaud vers le froid, et sont irréversibles.

Equation de diffusion ou équation de la chaleur.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \quad \text{avec} \quad D = \frac{\lambda}{\mu c_v}$$

Interprétation de cette équation :

L'équation de diffusion est une équation irréversible.

Elle n'est pas invariante par retournement temporelle (de $t \rightarrow t' = -t$).

Les échanges de chaleurs spontanées entre deux températures différentes se font du chaud vers le froid, et sont irréversibles.

Le coefficient de diffusion D est homogène à des $m^2.s^{-1}$.

Par analyse dimensionnelle, après un temps τ , le transfert thermique s'est propagé sur une distance $\delta \propto \sqrt{D.t}$

Plan

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.
- 3 Exemples d'application.
 - Etude d'un régime stationnaire, résistance thermique.
 - Résistance thermique et étude thermique d'une maison.
 - Onde thermique.

Étudions le problème suivant d'une barre conductrice thermique entre deux thermostats T_1 et $T_2 < T_1$.

Supposons d'abord le régime stationnaire, T_1 et T_2 indépendants du temps t .



FIGURE – Diffusion de la chaleur dans une barre.

Étudions le problème suivant d'une barre conductrice thermique entre deux thermostats T_1 et $T_2 < T_1$.



FIGURE – Diffusion de la chaleur dans une barre.

Supposons d'abord le régime stationnaire, T_1 et T_2 indépendants du temps t .

La température $T(x)$ dans la barre vérifie l'équation de Laplace :

$$\Delta T = 0$$

Donc $T = a \cdot x + b$

Puis en exploitant les C.L., $T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$

$$\text{D'où } \vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} \vec{u}_x$$

$$\Phi_Q = P_Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} S$$

Le vecteur \vec{j}_Q et le flux Φ_Q sont indépendants de l'abscisse x , ce qui est cohérent avec l'interprétation physique du régime stationnaire sur un système de longueur dx dans la barre.

L'énergie rentrant en x ressort entièrement en $x + dx$, il n'y a pas d'accumulation de chaleur dans le système en régime stationnaire.

De plus $\Phi_Q > 0$ le transfert s'effectue du chaud vers le froid, dans le sens spontané.

Étudions le problème suivant d'une barre conductrice thermique entre deux thermostats T_1 et $T_2 < T_1$.



Supposons d'abord le régime stationnaire, T_1 et T_2 indépendants du temps t .

La température $T(x)$ dans la barre vérifie l'équation de Laplace :

$$\Delta T = 0 \text{ et donc } T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1$$

$$\text{D'où } \vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} \vec{u}_x$$

FIGURE – Diffusion de la chaleur dans une barre. $\Phi_Q = P_Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} S$

Étudions le problème suivant d'une barre conductrice thermique entre deux thermostats T_1 et $T_2 < T_1$.



Supposons d'abord le régime stationnaire, T_1 et T_2 indépendants du temps t .

La température $T(x)$ dans la barre vérifie l'équation de Laplace :

$$\Delta T = 0 \text{ et donc } T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1$$

$$\text{D'où } \vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} \vec{u}_x$$

FIGURE – Diffusion de la chaleur dans une barre. $\Phi_Q = P_Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} S$

Résistance thermique en régime stationnaire.

Dans un conducteur ohmique.

$$\Delta V = R \cdot i$$

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S}$$

Dans un conducteur thermique.

$$\Delta T = R_{th} \Phi_Q$$

$$R = \frac{1}{\lambda} \frac{L}{S}$$

Étudions le problème suivant d'une barre conductrice thermique entre deux thermostats T_1 et $T_2 < T_1$.



Supposons d'abord le régime stationnaire, T_1 et T_2 indépendants du temps t .

La température $T(x)$ dans la barre vérifie l'équation de Laplace :

$$\Delta T = 0 \text{ et donc } T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1$$

$$\text{D'où } \vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} \vec{u}_x$$

FIGURE – Diffusion de la chaleur dans une barre. $\Phi_Q = P_Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} S$

Résistance thermique en régime stationnaire.

Dans un conducteur ohmique.

$$\Delta V = R \cdot i$$

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S}$$

Dans un conducteur thermique.

$$\Delta T = R_{th} \Phi_Q$$

$$R = \frac{1}{\lambda} \frac{L}{S}$$

Attention aux confusions entre $\Delta T = T_2 - T_1$ et Laplacien de T aussi noté ΔT .

Étudions le problème suivant d'une barre conductrice thermique entre deux thermostats T_1 et $T_2 < T_1$.



FIGURE – Diffusion de la chaleur dans une barre.

Supposons d'abord le régime stationnaire, T_1 et T_2 indépendants du temps t .

$$\Delta T = R_{th} \Phi_Q \text{ avec } R = \frac{1}{\lambda} \frac{L}{S}.$$

(Attention aux confusions entre $\Delta T = T_2 - T_1$ et Laplacien de T aussi noté ΔT).

La barre se comporte comme une résistance thermique.

Il est possible alors d'associer les résistances thermiques.

Cf. étude thermique d'un bâtiment, exemple suivant.

Etudions le problème suivant d'une barre conductrice thermique entre deux pseudo-thermostats $T_1(t)$ et $T_2(t) < T_1(t)$.

Supposons maintenant le régime quasi-stationnaire, $T_1(t)$ et $T_2(t)$ dépendent "lentement" du temps t .



FIGURE – Diffusion de la chaleur dans une barre.

Étudions le problème suivant d'une barre conductrice thermique entre deux pseudo-thermostats $T_1(t)$ et $T_2(t) < T_1(t)$.



FIGURE – Diffusion de la chaleur dans une barre.

Supposons maintenant le régime quasi-stationnaire, $T_1(t)$ et $T_2(t)$ dépendent "lentement" du temps t . La température $T(x, t)$ dans la barre reste

$$T(x, t) = \frac{T_2(t) - T_1(t)}{L} x + T_1(t)$$

$$\Phi_Q = P_Q = \lambda \frac{T_1(t) - T_2(t)}{L} S$$

Le premier principe appliqué aux pseudo-thermostats donne :

$$CdT_1(t) = -\Phi_Q dt = -\lambda \frac{T_1(t) - T_2(t)}{L} S dt$$

$$CdT_2(t) = +\Phi_Q dt = \lambda \frac{T_1(t) - T_2(t)}{L} S dt$$

La somme

donne $T_1(t) + T_2(t) = cste = T_{01} + T_{02}$ d'où
 $T_f = \frac{T_{01} + T_{02}}{2}$.

La différence donne $C \frac{d\Delta T}{dt} = -2 \cdot \lambda \frac{\Delta T(t)}{L} S$

D'où un temps caractéristique τ est extrait $\tau = \frac{C \cdot L}{2S\lambda}$

L'approximation des régimes quasi stationnaires est donc $\tau \gg \tau_{diff \text{ barre}}$ soit $\tau \gg \sqrt{D_{barre} \cdot L}$

Finalement $C \gg cLS$, la capacité calorifique de la barre est négligeable devant celle des thermostats.

Plan

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.
- 3 Exemples d'application.
 - Etude d'un régime stationnaire, résistance thermique.
 - **Résistance thermique et étude thermique d'une maison.**
 - Onde thermique.

Comparons le gain (en économie d'énergie) lors que le simple vitrage d'une maison standard est remplacé par du double vitrage, puis par du triple vitrage.
Faire une étude thermique complète de la maison standard.

Comparons le gain (en économie d'énergie) lors que le simple vitrage d'une maison standard est remplacé par du double vitrage, puis par du triple vitrage.

Faire une étude thermique complète de la maison standard.

Isolation par du simple vitrage (4mm d'épaisseur) :

$$R_{th} \simeq \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1,1} \simeq 4 \cdot 10^{-3} K \cdot W^{-1}$$

Isolation par du double vitrage (4-16-4 mm) :

Les résistances sont en séries (traversées successivement par le même flux)

$$R_{th} \simeq \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1,1} + \frac{16 \cdot 10^{-3}}{10^{-2} \cdot 1} + \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1,1} \simeq 1,6 K \cdot W^{-1}$$

Isolation par du double vitrage (4-16-4-16-4 mm) :

Les résistances sont en séries (traversées successivement par le même flux)

$R_{th} \simeq 3,2 K \cdot W^{-1}$ (une paroi de verre intermédiaire pour éviter la convection)

Le double vitrage est 100 fois plus isolant que le simple vitrage et le triple vitrage est 2 fois plus isolant que le double vitrage.

Comparons le gain (en économie d'énergie) lors que le simple vitrage d'une maison standard est remplacé par du double vitrage, puis par du triple vitrage.
Faire une étude thermique complète de la maison standard.

Isolation par du simple vitrage (4mm d'épaisseur) :

$$R_{th} \simeq \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1.1} \simeq 4 \cdot 10^{-3} K \cdot W^{-1}$$

Isolation par du double vitrage (4-16-4 mm) :

Les résistances sont en séries (traversées successivement par le même flux)

$$R_{th} \simeq \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1.1} + \frac{16 \cdot 10^{-3}}{10^{-2} \cdot 1} + \frac{4 \cdot 10^{-3}}{1.1} \simeq 1,6 K \cdot W^{-1}$$

Isolation par du double vitrage (4-16-4-16-4 mm) :

Les résistances sont en séries (traversées successivement par le même flux)

$$R_{th} \simeq 3,2 K \cdot W^{-1} \text{ (une paroi de verre intermédiaire pour éviter la convection)}$$

Le double vitrage est 100 fois plus isolant que le simple vitrage et le triple vitrage est 2 fois plus isolant que le double vitrage.


Etude d'une maison standard (200m² de murs extérieurs et 10m² de double vitrage) :

Les résistances sont en parallèle (soumise à la même différence de température).

$$R_{th \text{ vitre}} \simeq 1,6 \cdot 10^{-1} K \cdot W^{-1} \text{ et } R_{th \text{ murs}} \simeq \frac{20 \cdot 10^{-2}}{1.200} \simeq 10^{-3} K \cdot W^{-1}$$

Donc $R_{th \text{ maison}} \simeq R_{th \text{ murs}}$ Il faut donc isoler les murs.

Pour maintenir un écart de 20°C avec l'extérieur, il faut donc que le chauffage de la maison

produise une puissance de $\frac{20}{R_{th \text{ maison}}} \simeq 20 kW$, ce qui est énorme, cette maison est très mal isolée. 

Plan

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
- 2 Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.
- 3 Exemples d'application.
 - Etude d'un régime stationnaire, résistance thermique.
 - Résistance thermique et étude thermique d'une maison.
 - **Onde thermique.**

Etudions les variations de températures dans le sol (en fonction du temps et de la profondeur) dues aux fluctuations de températures de l'air (journalière et saisonnière).

Étudions les variations de températures dans le sol (en fonction du temps et de la profondeur) dues aux fluctuations de températures de l'air (journalière et saisonnière).

La température dans le sol vérifie l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T$$

En étudiant une onde thermique, pseudo Onde Plane Progressive Harmonique :

$$T(x, t) = \text{Re}(\underline{T}(x, t)) \quad \text{avec} \quad \underline{T}(x, t) = \underline{T}_0 \cdot \exp(j\omega t - jk \cdot x)$$

la relation de dispersion trouvée est alors

$$j\omega = -Dk^2$$

Étudions le cas où ω est réel (imposé par l'extérieur)

$$k = \pm(1 - j) \frac{1}{\delta} \quad \text{avec} \quad \delta = \sqrt{\frac{2D}{\omega}}$$

Donc

$$T(x, t) = T_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)$$

L'onde thermique pénètre donc dans le sol seulement sur une distance $\delta = \sqrt{\frac{2D}{\omega}}$

- 1 Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.
 - Divers modes de transfert thermique.
 - Vecteur densité de flux de chaleur.
 - Equation de conservation de l'énergie thermodynamique.

- 2 Loi de Fourier et équation de diffusion de la chaleur.
 - Loi phénoménologique de Fourier.
 - Equation de diffusion, équation de la chaleur

- 3 Exemples d'application.
 - Etude d'un régime stationnaire, résistance thermique.
 - Résistance thermique et étude thermique d'une maison.
 - Onde thermique.