Préparation EPNER : thermodynamique.

Philippe Ribière

Lundi 13 et mardi 14 septembre 2010

Le présent document n'a pas pour vocation de remplacer les multiples et (parfois) excellents ouvrages de thermodynamique qu'il est possible de trouver dans le commerce. Ces notes sont un outil de travail pour votre préparation, elles sont donc faites pour comprendre les notions principales de la thermodynamique et les mettre en oeuvre dans les exercices. J'espère qu'elles vous seront utiles et j'accepte toutes les critiques constructives afin de les améliorer. Sans plus attendre, rentrons dans le vif du sujet.

La thermodynamique est le domaine de la physique qui étudie les transfert de d'énergie et plus précisément les transferts de chaleurs. La thermodynamique est née au milieu du XIXème siècle et demeure une branche très active de la physique. Les concepts en sont simples mais fructueux. Le vocabulaire un peu technique ne doit aucunement décourager. L'un des objectifs essentiels de la thermodynamique, à l'origine, est d'étudier les machines thermiques (le réfrigérateur, la voiture, le train, la centrale électrique, ...) ce qui est aussi l'objectif de ce cours.

Par ailleurs, pour toutes questions ou remarques concernant ces notes de cours ou pour obtenir la correction d'un des exercices proposés, n'hésitez pas à prendre contact avec moi par mail : ribierep@orange.fr

Table des matières

1 Introduction à la thermodynamique. 7
1.1 Description d'un système thermodynamique. 7
1.2 L'évolution d'un système thermodynamique. 8

2 Le premier principe de la thermodynamique 11
2.1 Les diverses formes d'énergie, les transferts d'énergie 11
2.1.1 Etude d'un exemple 11
2.1.2 L'énergie interne. 12
2.1.3 Les transferts d'énergie. 14
2.2 Le premier principe de la thermodynamique 16
2.3 Mise en oeuvre du premier principe de la thermodynamique 17
2.3.1 Les diverses transformations. 17
2.3.2 Une nouvelle fonction : l'enthalpie 20

3 Le second principe de la thermodynamique. 23
3.1 Nécessité du second principe de la thermodynamique, étude d'un exemple 23
3.2 L'entropie et le second principe de la thermodynamique 24
3.2.1 Enoncé du second principe de la thermodynamique 24
3.2.2 Conséquence immédiate du deuxième principe. 24
3.2.3 Une nouvelle expression du second principe de la thermodynamique. 25
3.3 Identité thermodynamique 25
3.3.1 Expression de l'entropie pour divers fluides modèles. 26

4 Etude des machines thermiques 27
4.1 Schématisation du problème 27
4.2 Etude d'une machine cyclique monotherme 28
4.3 Etude d'une machine cyclique ditherme 29
4.3.1 Premier et second principe 29
4.3.2 Diagramme de Raveau 30
4.3.3 Les moteurs 31
4.3.4 Machine frigorifique et pompe à chaleur 31
4.4 Exemple de cycle : le Cycle de Carnot 32

5 Changement d'état **35**
5.1 Diagramme P-T . . . 35
5.2 Diagramme de Clapeyron, isotherme d'Andrews . . . 36
5.3 Etude de diverses grandeurs thermodynamiques lors du changement d'état . . . 37

6 Complément I : Elements de statique des fluides. **39**
6.1 Force de pression. . . . 39
6.1.1 Position du problème. . . . 39
6.1.2 Champs de force dans un fluide. . . . 39
6.1.3 Principe fondamentale de la statique des fluides. . . . 40
6.2 Modèle de l'atmosphère isotherme. . . . 41
6.2.1 Les hypothèses du modèle. . . . 41
6.2.2 Les résultats du modèle. . . . 41
6.2.3 Complément : statistique de Maxwell-Bolzmann. . . . 42
6.3 Modèle du fluide incompressible. . . . 42
6.4 La poussée d'Archimède. . . . 43

7 Complément II : Quelques éléments de théorie cinétique. **45**
7.1 Position du problème. . . . 45
7.2 Théorie cinétique du gaz parfait monoatomique. . . . 45
7.2.1 Description du problème. . . . 45
7.2.2 Un modèle simplifié. . . . 46
7.2.3 Calcul de la force de pression. . . . 46
7.2.4 Définition cinétique de la température d'un G.P.M. . . . 48
7.3 Etude thermodynamique du gaz parfait monoatomique. . . . 48
7.3.1 Equation d'état des gaz parfaits monoatomique. . . . 48
7.3.2 Energie interne du GPM. . . . 49
7.4 Le Gaz de Van der Waals . . . 49

8 Exercices. **51**
8.1 Premier et second principe. . . . 51
8.1.1 Se familiariser avec les diverses transformations. D'après EPNER. . . . 51
8.1.2 Suite de transformation. Concours EPNER . . . 52
8.1.3 Un problème de piston. Concours EPNER. . . . 53
8.1.4 Un problème de robinet. . . . 54
8.1.5 Mesurer une capacité calorifique. Concours EPNER . . . 55
8.1.6 Réversibilité et retour à l'état d'équilibre. Concours EPNER. . . . 56
8.1.7 Un problème de piston. Concours EPNER. . . . 60
8.1.8 Etude de diverses transformations. . . . 61
8.1.9 Influence du chemin suivi. . . . 62
8.1.10 Influence du chemin suivi, diagramme de Clapeyron. . . . 63
8.1.11 Bilan sur des phases condensées. . . . 64
8.1.12 Freinage. . . . 65

8.1.13 Calorimétrie. 66
8.1.14 Chauffage d'un batiment avec perte de chaleur. 67
8.2 Machines thermiques. 68
8.2.1 Cycle d'Otto. Concours EPNER (Deux exercices). 68
8.2.2 Une machine thermique simple. Concours EPNER. 70
8.2.3 Variation infinitésimale. Concours EPNER. 71
8.2.4 Cycle Diesel. Concours EPNER 73
8.2.5 Un climatiseur parfait et une pseudo source. 75
8.2.6 Cycle de Joule. 76
8.3 Changement d'état. 77
8.3.1 Chaleur fournie lors du changement d'état. Concours EPNER. 77
8.3.2 Détermination de l'état final. Concours EPNER. 78
8.3.3 Fusion de la glace. 79
8.3.4 Equilibre liquide-solide de l'eau. 80
8.3.5 Compartiment à glaçon. 81
8.4 Les inclassables de l'EPNER. 82
8.4.1 Tube en U. Statique des fluides incompressibles. 82
8.4.2 Modèle d'atmosphère. 83
8.4.3 Modèle d'atmosphère à gradiant de température. 84
8.4.4 Du comportement des particules au modèle de gaz. Concours EPNER 85
8.4.5 Thermomètre. Concours EPNER 86

Chapitre 1

Introduction à la thermodynamique.

1.1 Description d'un système thermodynamique.

En mécanique, la première étape de la résolution d'un problème est la définition du système. Il en va de même en thermodynamique.
La caractéristique essentiel d'un système thermodynamique est d'être **macroscopique**, c'est à dire de comporter un très grand nombre de particules (typiquement un nombre proche de N_A).
Toutes les grandeurs thermodynamiques ne sont pas a priori adaptées à l'étude d'une particule, et ne sont pas, la plupart du temps, définies pour une particule.
La seconde caractéristique essentiel d'un système thermodynamique est d'être **fermé**, c'est à dire que le système à l'instant t est constitué des mêmes particules qu'à l'instant $t = 0$. (Même lorsque l'on souhaite étudier un système ouvert, on commence par se ramener un système fermé.)

Le but de la thermodynamique est de caractériser **l'état du système**. On souhaite décrire du point de vue thermodynamique les propriétés du système à l'instant t.
Par exemple, on souhaite connaître la température, la pression, l'énergie et le volume du système. Néanmoins, toutes ces informations ne sont pas nécessaire puisque certaines dépendent des autres : elles sont redondantes. L'idée est donc de définir des variables nécessaires et suffisantes pour complètement décrire l'état du système. Le choix de ces variables s'appelle la **représentation du système**, et le nombre de ces variables **la variance du système**.
Une fois la représentation du système choisi (par vous ou plus généralement par l'énoncé), les autres variables s'expriment des premières à l'aide de **l'équation d'état**.
La thermodynamique propose différentes équations d'état pour décrire le comportement des gaz.

Prenons un exemple concret pour poser les idées.
Le gaz emprisonné dans un cocotte hermétique (ou dans le moteur de la voiture) constitue un bon exemple de système thermodynamique.
On souhaite connaître l'ensemble de ces caractéristiques : p, T, V, ...
Si on assimile le gaz à un gaz parfait, deux paramètres suffisent à décrire son état, par exemple T et V. Le système est donc divariant. La pression s'exprime en fonction de T et V, à l'aide de l'équation

des gaz parfaits $pV = nRT$, donc $p = \frac{nRT}{V}$.

Remarque 1 : En fait, au XIXème, de nombreux modèles de fluides correspondant à différentes équations d'état ont vu le jour. Pour les fluides classiques, il n'en subsiste aujourd'hui que deux : l'équation d'état des gaz parfaits, utilisé dans 99% des cas, que vous devez connaître, et l'équation du gaz de Van des Walls, bien moins utilisé et dont vous devez connaître l'existance mais pas plus (?! :-(En fait, si un exercice méchant porte sur le gaz de Van der Walls, l'équation d'état doit vous être rappelée. :-) Dans la seconde annexe de ce document sont exposées les principales caractéristiques du gaz de Van der Walls, si vous souhaitez vous rassurer.)

Remarque 2 : On distingue les paramètres intensifs des paramètres extensifs.
Un paramètre **extensif** est un paramètre qui est défini pour tout le système et qui est additif à une partition du système.
L'exemple type est la masse m du système. Elle caractérise l'ensemble du système, sa masse, pour être précis et si on coupe le système S en deux sous systèmes S_1 et S_2 de masse respective m_1 et m_2, la masse totale du système S est $m = m_1 + m_2$.
Le volume est un autre paramètre extensif.
Un paramètre **intensif** est un paramètre local, défini en tout point du système, et qui est non additif.
L'exemple type est la température T du système. Elle est défini en tout point de la pièce. (Un point en thermodynamique est macroscopique, il s'agit des 10^{20} particules autour du thermomètre.) Et la température en tout point de la pièce n'est pas forcément la même, du fait des radiateurs : $T(r)$. D'autre part si on amène de l'eau à $T = 100^{\circ}$C dans la pièce, et bien la température finale n'est pas 120°C. De même si on coupe la pièce en deux, la température n'est pas divisée par deux.
La pression est un autre paramètre intensif.

1.2 L'évolution d'un système thermodynamique.

La thermodynamique vise à étudier les transferts d'énergie et tout particulièrement de chaleur d'un état I à un état F. Dans le chapitre suivant, nous étudierons et définirons les différentes évolutions. Dans cette section, nous allons nous contenter de définir les différentes catégories d'évolutions.

Le premier type de transformation est la transformation **brutale**. Lors d'une transformation brutale, les paramètres intensifs peuvent subir des discontinuités. Par exemple, lors d'une explosion, le système connaît une discontinuité de la pression.
Deux transformations sont des transformations brutales : la transformation monobare ($p_F = p_I$) et la transformation monotherme ($T_F = T_I$). Entre F et I, on ne sait rien sur la pression et la température.

Le deuxième type de transformation est la transformation **quasi-statique**. Il s'agit d'une transformation suffisamment lente pour que les paramètres intensifs varient continument lors de l'évolution. par exemple, quand on chauffe l'eau des pâtes, la température croît continument. Ces transformations suppose que le système est à tout instant dans un état d'équilibre.

Une transformation est dit **cyclique** quand l'état initial et l'état final sont identiques. $I = F$. Ces transformations sont celles utilisées dans les machines thermiques. Par exemple, dans le réfrigérateur, le fluide (le fréon) circule dans le circuit et revient après un petit tour dans l'état initial : c'est donc une transformation cyclique ; mais lors de son cycle, le gaz a refroidit l'intérieur du frigo, ce que l'on souhaitait.
Cette transformation cyclique ne doit pas être confondue avec une transformation réversible. Dans une transformation réversible, on peut passer de l'état I à l'état F et de l'état F à l'état I en suivant le même chemin exactement (même échange d'énergie en valeur absolue).

Chapitre 2

Le premier principe de la thermodynamique

2.1 Les diverses formes d'énergie, les transferts d'énergie

2.1.1 Etude d'un exemple

Considérons l'expérience présentée sur la figure 1, constituée d'un ressort et d'une masse, dans une enceinte **isolée** (fermée et calorifugée) contenant de l'air. Que se passe t-il lorsque l'on déplace la masse vers le bas d'une distance a à partir de sa position d'équilibre ? La masse oscille autour de sa position d'équilibre avant de s'arrêter de nouveau à sa position d'équilibre du fait des frottements dans l'air.

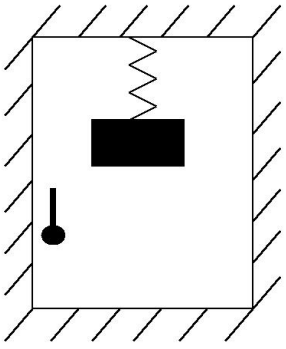


FIGURE 2.1 – Etude d'un système simple pour fixer les idées

Etudions d'abord ce problème en considérant le système {pendule}.
Initialement, le pendule a une énergie potentielle $E_{tot\,ini} = E_{p\,ini} = \frac{1}{2}ka^2$.
Dans l'état final, le pendule est dans sa position d'équilibre. L'énergie totale finale est donc $E_{tot\,fin} = 0$.
La différence d'énergie totale est donc $\Delta E_{tot} = E_{tot\,fin} - E_{tot\,ini} = -\frac{1}{2}ka^2$.

Le théorème de l'énergie mécanique appliqué au système nous apprend que :$\Delta E_{tot} = W_{forces\,de\,frottements}$.

Etudions maintenant le problème en considérant le système {pendule+air}.
Le système étant isolé, il ne peut échanger d'énergie avec le monde extérieur. Pourtant le bilan énergétique du point de vue du pendule est le même. (Les forces de frottements entre l'air et le pendule sont des forces intérieures au système et n'interviennent plus dans les bilans énergétiques.)
Où est passée l'énergie ? En fait, si un thermomètre est placé dans le récipient, il est possible d'enregistrer une petite augmentation de la température de l'enceinte ΔT. Nous allons voir que ceci traduit une augmentation de l'énergie interne de l'air.

2.1.2 L'énergie interne.

Considérons d'abord un fluide au repos (un fluide qui n'est pas mis en mouvement par un courant d'air ou un ventilateur). Bien que le fluide soit au repos, les molécules qui composent le fluide sont, elles, en mouvement(cf. Chapitre 1). Les molécules possèdent donc une énergie cinétique ϵ_c. De plus, elles peuvent interagir entre elles (en fait, mis à part dans le modèle du gaz parfait, il existe toujours des interactions entre les molécules), l'énergie potentielle ϵ_p. L'énergie interne U se définit alors par :

$$U = \sum(\epsilon_c + \epsilon_p)$$

(Si maintenant le fluide était en mouvement, il existerait en plus de l'énergie interne U, une énergie mécanique E due au mouvement d'ensemble du fluide, $E = E_c + E_p$. Mais ce cas est très rare dans vos exercices.)

Cette définition est certes intéressante mais elle est peu commode. Comme je l'ai dit, nous n'allons pas étudier le problème du point de vue des particules (point de vue "microscopique") mais d'un point de vue plus général ("point de vue macroscopique"). Il ne sera donc jamais question d'effectuer la somme définie ci dessus. Cependant si nous reprenons le problème de départ, de la masse qui oscille dans l'enceinte calorifugée, et bien, nous constatons que le problème a avancé. En effet, l'énergie que le pendule a perdu a été cédé au fluide : elle a servi à augmenter l'énergie cinétique des particules, donc d'après la définition, à augmenter l'énergie interne du fluide U. Il reste à relier cette augmentation d'énergie interne U à l'augmentation de température ΔT dans l'enceinte. Cela est l'objet du premier principe.

Reste alors à trouver une expression "utilisable" de U, ce qui suppose de savoir quel est l'état de la matière.
En effet, pour décrire le monde le plus simplement possible et parvenir à prédire facilement des résultats, le physicien utilise des modèles, qui reprennent les caractéristiques essentielles des phénomènes réels. Les résultats obtenus sont donc relatifs au modèle utilisé et il convient d'être toujours conscient des limites du modèle. Les modèles de fluides se sont accumulés au XIXème siècle mais il n'en subsiste aujourd'hui que très peu. Les principaux sont ceux exposés ci après.

Le gaz parfait monoatomique

Un gaz est dit parfait si les particules qui le constituent n'interagissent pas entre elles, hormis les chocs. Un gaz est dit monoatomique si les particules qui le constituent sont constituées d'atomes isolés. Ainsi tous les gaz rares (Ar,...) sont des gaz monoatomiques. Pour un gaz parfait monoatomique, il est possible de démontrer à partir d'un modèle simple que

$$\boxed{U^{gaz\ parfait\ monoatomique} = \frac{3}{2}nRT}$$

où n désigne le nombre de mole du gaz, R la constante des gaz parfaits qui vaut $R = 8,314 J.K^{-1}.mol^{-1}$, et T la température du gaz. Cette formule peut se démontrer en utilisant un modèle simple. Cette démonstration n'est pas réellement difficile mais elle est fastidieuse, et comme elle n'est pas réellement à votre programme, elle ne sera pas détaillée ici.

Le gaz parfait

Si le modèle du gaz parfait monoatomique décrit très bien les gaz rares, il ne décrit l'air ambiant que qualitativement, et rate sa description quantitative. L'hypothèse des gaz parfaits n'est pas à remettre en cause, mais l'air est constitué essentiellement de diazote N_2 et de dioxygène O_2. (Le dioxyde de carbone CO_2 dont les effets sont sensibles n'entre dans la constitution de l'air que pour quelques %.) Le coefficient $\frac{3}{2}$ dans la formule de U doit être modifiée et pour les gaz parfait diatomiques,

$$\boxed{U^{gaz\ parfait\ diatomique} = \frac{5}{2}nRT}$$

D'une manière générale, l'expression de l'énergie interne pour un gaz parfait est la suivante :

$$\boxed{U^{gaz\ parfait} = c_v.T}$$

où c_v est appelée la capacité calorifique à volume constant (d'où l'indice v dans l'expression. Je ne détaille pas l'origine de ce nom ici.) Dans certains exercices, lorsque la gamme de température explorée est très large, il est parfois nécessaire de supposer que c_v dépend de la température T, alors $dU = c_v(T)dT$ et $\Delta U = \int c_v(T)dT$.

Remarque 1 : Pour tous les gaz parfaits, qu'ils soient monoatomiques ou diatomiques, l'équation d'état des gaz parfaits est vérifiée :

$$P.V = n.R.T$$

où P désigne la pression du gaz en pascal, V le volume qu'il occupe en m^3, n le nombre de mole, T la température en Kelvin.

Remarque 2 : Dans les exercices, l'hypothèse la plus courante est de supposer le gaz parfait. Si l'énoncé vous laisse libre, il est conseillé (obligatoire) de prendre cette hypothèse de travail. Ceci se

justifie par la qualité des résultats obtenus dans le cadre de ce modèle. Cependant, malgré cela, il est possible d'avoir recours à un autre modèle dit modèle du gaz de Van Der Walls qui permet de corriger certain défaut du modèle du gaz parfait. Dans ce cas l'énoncé doit être suffisamment explicite pour vous guider.

Remarque 3 : La particularité des gaz parfaits est que l'énergie interne U ne dépende pas de la pression alors que de faibles variations de pression entraînent toujours une variation de l'état du gaz. Pour un gaz quelconque qui ne peut être considéré comme parfait, l'énergie interne U est une fonction de la température T et de la pression P : $U(T, P)$.

Les liquides et les solides.

Il peut paraître surprenant que les liquides et les solides soient traités de la même manière en thermodynamique (du moins pour ce qui nous occupe aujourd'hui.) Cependant les liquides et les solides ont en commun le fait d'être quasi-incompressible et donc leurs propriétés thermodynamiques à notre niveau sont identiques et leur énergie interne s'écrit

$$\boxed{U^{solide} = c^{solide}.T}$$

$$\boxed{U^{liquide} = c^{liquide}.T}$$

où c est la capacité calorifique soit du solide, soit du liquide (noter que l'indice v a disparu car le milieu est supposé incompressible.)

2.1.3 Les transferts d'énergie.

Le travail des forces de pression.

Considérons le piston comme représenté figure 2.2.(Imaginez-vous en train de gonfler un vélo à l'aide d'une pompe. Il vous faut exercer une force ou une pression sur la pompe pour mettre de l'air sous pression et faire rentrer celui-ci dans la chambre à air de la roue.)
La pression extérieure $p_e$exerce une force $\overrightarrow{F}$ telle que $\overrightarrow{F} = -p_e S\overrightarrow{u_x}$. Pour découvrir le travail de cette force de pression lors d'un déplacement infinitésimal dx selon la direction $\overrightarrow{u_x}$, il suffit d'appliquer la formule du cours de mécanique $\delta W = \overrightarrow{F}.(dx\overrightarrow{u_x}) = -p_e(Sdx) = -p_e dV$ où dV désigne la variation de volume du piston liée au déplacement infinitésimale dx.
Cette expression obtenue pour le travail des forces de pression est en fait générale pour un récipient de forme quelconque soumis à une pression extérieure uniforme sur ces parties mobiles.

$$\boxed{\delta W = -p_e dV}$$

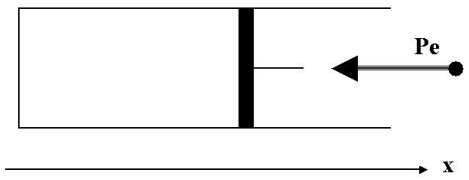


FIGURE 2.2 – Travail des forces de pression

Remarque 1 : La formule fait intervenir la pression extérieure au système, et non pas la pression intérieure. A priori il n'y a pas égalité entre les deux pressions lors de transformations violentes. (Penser à une explosion où la pression interne est grande alors que la pression externe reste identique.) Néanmoins le mécanismes d'égalisation des pressions (il s'agit de chocs à l'échelle des particules) est rapide ($10^{-9}s$), il est donc dans un certain nombre de cas possible de remplacer dans l'expression générale ci dessus la pression extérieure p_e par la pression intérieure p (nous verrons précisément les quels).

Remarque 2 : le signe "-" dans la formule ci dessus est pertinent physiquement. Supposons que le déplacement du piston est lieu dans la direction $+\overrightarrow{u_x}$ i.e. que $dx > 0$. Si $dx > 0$ alors $dV > 0$, ce qui signifie que $\delta W < 0$ du fait du signe "-". Le travail des forces de pression est donc résistant, et en effet pour déplacer le piston selon $+\overrightarrow{u_x}$, il faut s'opposer aux forces de pressions extérieures.

Remarque 3 : le travail est une grandeur d'échange. De ce fait, les variations infinitésimales des travaux sont notées δW et non pas dW. La notation rappelle ainsi que les travaux dépendent du chemin suivie. (En effet, un alpiniste pour passer d'une vallée à une autre a plusieurs solutions, soit il passe par le col, soit il escalade la montage et passe à son sommet. Son effort = son travail n'est pas le même selon le chemin suivi et pourtant son point de départ et son point d'arrivée sont les mêmes quels que soit le chemin retenu.)

Il existe d'autres forces dans la nature et bien d'autres formes de travaux. Mais dans la majorité des exercices, seules interviennent ces forces de pression. Parfois il faut aussi tenir compte du travail électrique. (et cela est bien assez compliqué comme ça !).

La chaleur.

Imaginons l'expérience simple mais dangereuse suivante. Prenez une cocotte minute et fermez le clapet qui siffle quand l'ensemble est chaud. Si vous placez cette cocotte fermée sur le feu, rien ne se passe, la cocotte ne se déforme pas au moins tant qu'elle n'a pas explosé ! L'énergie qui fait ex-

ploser le système est liée au fait que la cocotte est placée sur le feu et qu'il existe un transfert de chaleur.

La définition la plus commune de la chaleur est la suivante :

> La chaleur est l'ensemble des transferts d'énergie qui ne sont pas liés à un travail extérieure.

Cette définition peut surprendre car elle semble ne rien dire de concret sur la chaleur. Néanmoins des ouvrages entiers de thermodynamiques sont consacrés à l'étude de ses transferts de chaleur dont les modes de transfert sont la convection(l'air chaud se met en mouvement et se mélange à l'air froid), la diffusion (quand deux solides non conducteurs sont en contact sans être à la même température, il y a équilibrage des températures par diffusion, la diffusion est donc un mode de transport de la chaleur qui nécessite un milieu mais qui contrairement à la convection s'effectue sans mouvement du milieu) et le rayonnement (la chaleur se propage avec les ondes électromagnétiques, donc dans le vide aussi. Ainsi le soleil chauffe la terre et il est possible de repérer des hommes avec des lunettes infra-rouges.)

La définition donnée est pour vous très intéressante car elle vous dit comment calculer dans les exercices la chaleur échangée par le système avec l'extérieure. Il vous suffit de savoir calculer l'ensemble de l'énergie échangée par le système avec l'extérieure (nous verrons comment) puis de retrancher l'énergie échangée due aux travaux des forces extérieures pour obtenir l'énergie échangée par transfert thermique.

2.2 Le premier principe de la thermodynamique

Le premier principe de la thermodynamique comprend trois points, qui sont les suivants :

- L'énergie interne U est extensive.
  Si un système S est divisible en deux sous-systèmes S_1 et S_2, alors l'énergie interne du système S est la somme de l'énergie interne des deux sous-systèmes. $U_S = U_{S_1} + U_{S_2}$.

- L'énergie interne U est une fonction d'état qui à l'équilibre ne dépend que d'un petit nombre de paramètres d'états. (telles p, T ...)

- La variation d'énergie interne et d'énergie potentiel d'un système S fermé entre deux états I et F en recevant (algébriquement) un travail W et une chaleur Q est

$$\Delta E + \Delta U = W + Q$$

Remarque 1 : L'énergie, interne ou non, est une fonction d'état. Pour connaître l'énergie du système, il suffit de connaître son état, et non pas son histoire (ce qu'il a fait pour en arriver là.) Ainsi pour reprendre l'exemple de l'alpiniste qui veut passer d'une vallée à une autre, la variation d'énergie de l'alpiniste entre les deux vallée n'est liée qu'à la différence d'altitude des deux vallées, et pas au chemin qu'il choisit pour passer d'une vallée à une autre. De ce fait la différentielle de U est notée dU. Les échanges énergétiques W et Q dépendent eux du chemin suivi. Pensez à l'alpiniste.

Ainsi leur différentielle est notée δW et δQ. D'où la forme différentielle du premier principe de la thermodynamique s'écrit

$$\boxed{dU + dE = \delta W + \delta Q}$$

Remarque 2 : Souvent, dans les exercices, lorsque vous citez le premier principe de la thermodynamique, vous ne citez que l'égalité $\Delta U = W + Q$. Mais pour les systèmes constitués par exemple d'un solide et d'un liquide, vous calculer l'énergie du système en sommant l'énergie du solide et celle du liquide. Vous utilisez donc sans le dire le premier principe de la thermodynamique.

Maintenant, il faut passer à l'application de ces résultats !

2.3 Mise en oeuvre du premier principe de la thermodynamique

2.3.1 Les diverses transformations.

Dans cette partie nous allons nous intéresser à diverses transformations d'un gaz parfait. Nous supposerons toujours que le système est fermé, ce qui signifie que le système n'échange pas de particules avec l'extérieure.
Chaque transformation est définie par un terme particulier. Il est important de connaître le vocabulaire utilisé pour les exercices.

Evolution isochore.

Une évolution isochore est une évolution qui se fait alors que le volume du système reste constant. Ainsi le travail des forces de pression est nul lors de cette évolution.

$$\boxed{W = 0}$$

Remarque 1 : Dans le cas de la transformation isochore, le premier principe de la thermodynamique donne $\Delta U = Q$.

Remarque 2 : Dans le cas de la transformation isochore pour un gaz parfait, le premier principe de la thermodynamique donne $\Delta U = C_v \Delta T = Q$. Ainsi, connaissant le transfert thermique Q (venant d'une résistance par exemple) et l'élévation de température ΔT lors de cette expérience à volume constant, il est possible de mesurer C_v la capacité calorifique à volume constant, d'où le nom "à volume constant".

Evolution monobare.

Une évolution monobare est une évolution au cours de laquelle la pression extérieure reste constante. Pour une évolution monobare, le travail des forces de pression se calcule de la manière suivante :

$$\boxed{W = -\int p_e dV = -p_e(V_F - V_I)}$$

Remarque 1 : Dans le cas de la transformation monobare, le premier principe de la thermodynamique donne $\Delta U = -p_e(V_F - V_I) + Q$ d'où $Q = \Delta U + p_e(V_F - V_I)$.

Evolution isobare.

Une évolution isobare est une évolution suffisamment lente du système de façon à ce qu'à chaque instant, la pression intérieure p du système s'équilibre avec la pression extérieure p_e. Ainsi le travail des forces de pression lors de cette évolution est

$$\boxed{W = -p(V_F - V_I)}$$

Remarque 1 : Il est important de comprendre la nuance entre les deux évolutions monobare et isobare. Lors d'une évolution monobare, on ne sait rien de la pression à l'intérieur du fluide, on sait juste que la pression extérieure est définie.

Evolution isotherme d'un gaz parfait.

Une évolution est dite isotherme si lors de l'évolution, l'équilibre de température est réalisé à chaque instant, i.e. si à tout instant de l'évolution, la température intérieure et extérieure sont égales.

Comme nous nous intéressons à l'évolution d'un gaz parfait, nous disposons en outre de l'équation des gaz parfaits $PV = nRT$. Or pour un système fermé, n est constant et lors d'une évolution isotherme T est aussi une constante, d'où
$W = -\int pdV = -\int \frac{nRT}{V} dV = -nRT \int \frac{dV}{V} = -nRT.ln(\frac{V_F}{V_I})$.

$$\boxed{W = -nRT.ln(\frac{V_F}{V_I})}$$

Il faut retenir ici la démarche (qui est à refaire à chaque fois) plutôt que le résultat.

Remarque 1 : Si l'on applique le premier principe de la thermodynamique au système composé du gaz parfait uniquement, comme $\Delta U = 0$ car la température est constante lors de l'évolution, on obtient $W + Q = 0$. On est donc capable lors de cette évolution de déterminer quelle quantité de

chaleur a reçue (algébriquement) le système lors de l'évolution.

Remarque 2 : L'idée que le système conserve une température constante alors qu'il échange de la chaleur avec son environnement ne doit pas vous choquer. En effet, lors de son évolution, le système subit des modifications, ce qui entraînerait une modification de sa température si le système n'échangeait pas de chaleur avec l'extérieur. L'échange de chaleur avec l'extérieure est donc le moyen pour le système de maintenir sa température constante.

Remarque 3 : Cette évolution isotherme est un modèle idéale, et n'est que la limite extrême d'une transformation réelle. En effet les temps nécessaire pour obtenir l'équilibre de température est très long. (Penser à votre soupe l'hiver qui même après une heure n'a pas encore atteint la température de la pièce.) Il est donc difficile d'obtenir à chaque instant l'équilibre des températures.
En fait, il est possible d'effectuer une tranformation isotherme où la température extérieure et intérieure sont constantes mais différentes. Dans ce cas, l'écart de température entre extérieur et intérieur est constant et n'évolue pas au cours de la transformation. L'opérateur déplace le piston lentement de manière à maintenir justement cet écart de température constant.

Evolution adiabatique réversible d'un gaz parfait.

Une évolution est dite adiabatique si le système n'échange pas de chaleur avec l'extérieure lors de son évolution. Ceci se produit lorsque le système est calorifugé, ou lorsque l'évolution est très rapide et ne permet pas les échanges de chaleurs. Pour que l'évolution soit à la fois adiabatique et réversible, il faut que le système évolue doucement (la réversibilité suppose que le système soit à tout instant à l'équilibre avec l'extérieure) et donc il faut aussi que le système soit calorifugé. Lors d'une évolution adiabatique réversible l'évolution d'un gaz parfait, la pression, la température et le volume du système évoluent mais pression et température sont reliés par la relation suivante.

$$\boxed{PV^\gamma = constante}$$

De part la relation des gaz parfaits, la relation précédente s'écrit aussi $TV^{\gamma-1} = constante_2$ ou $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = constante_3$.

Si l'on souhaite évaluer le travail des forces de pression lors d'une telle évolution, une possibilité est de différentier l'expression $PV^\gamma = constante$
$d(PV^\gamma) = 0$
soit $VdP = -\gamma PdV$.
Or comme $d(PV) = VdP + PdV$, on tire $PdV = -\frac{1}{\gamma-1}d(PV)$,
d'où $W = -\int PdV = \frac{1}{\gamma-1}\int d(PV) = \frac{1}{\gamma-1}(P_FV_F - P_IV_I)$.

$$W = \frac{1}{\gamma-1}(P_FV_F - P_IV_I)$$

Remarque 1 : L'origine de la loi $PV^\gamma = constante$ se trouve dans le troisième chapitre de ces notes et vient du second principe de la thermodynamique.

Remarque 2 : Le calcul ci dessus est un peu plus technique mais surtout il est rarement nécessaire car si l'on applique le premier principe de la thermodynamique à la transformation adiabatique, on trouve, comme $Q = 0$: $\Delta U = W$ et ΔU est facilement calculable pour un gaz parfait, $\Delta U = c_v.\Delta T$. Il est d'ailleurs possible d'exprimer la capacité calorifique à volume constant c_v en fonction de γ et donc de retrouver exactement l'expression ci-dessus.

2.3.2 Une nouvelle fonction : l'enthalpie

Introduction de l'enthalpie.

Considérons un système fermé subissant une évolution monobare. Lors de cette évolution le travail des forces de pressions est $W = -p_e dV = -p_e(V_F - V_I)$.
L'application du premier principe appliqué au système fermé donne :
$\Delta U = W + Q = -p_e \Delta V + Q$
d'où $Q = \Delta U + p_e \Delta V = (U_F + p_e V_F) - (U_I + p_e V_I)$
Or à l'état final comme à l'état initial, la pression interne est égale à la pression externe.
$p_I = p_e$ et $p_F = p_e$.
Donc $Q = (U_F + p_F V_F) - (U_I + p_I V_I)$.
En posant

$$\boxed{H = U + pV}$$

on trouve pour les transformations isobares (ou monobares telles que $p_I = p_F = p_e$) :

$$\boxed{\Delta H = Q}$$

H est une fonction d'état.

L'enthalpie du gaz parfait.

Pour les gaz parfaits, $\Delta H = c_P \Delta T$. On a vu précédemment $\Delta U = c_V \Delta T$ pour les gaz parfaits. Et $H = U + pV$.
Donc $H = U + pV = U + nrT$, d'où

$$\boxed{c_P = c_V + nR}$$

On définit en thermodynamique

$$\boxed{\gamma = \frac{c_P}{c_V}}$$

(Il s'agit du même γ que celui qui intervient dans les transformations adiabatiques réversibles, $PV^\gamma = cste$. Nous le verrons dans le chapitre 2.)
Avec $c_P = c_V + nR$ et $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$, on trouve

$$\boxed{c_V = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad c_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}}$$

L'enthalpie des phases condensées.

Pour les solides et les liquides, $H \simeq U$ et donc $c_p \simeq c_V \simeq c$. La pression est sans influence sur les solides et les liquides en première approximation.

Chapitre 3

Le second principe de la thermodynamique.

3.1 Nécessité du second principe de la thermodynamique, étude d'un exemple

Reprenons l'expérience présentée sur la figure 1 de la première partie, constituée d'un ressort et d'une masse, dans une enceinte isolée (fermée et calorifugée) contenant de l'air.

Etudions le problème en considérant le système {pendule+air}. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système isolé, on a $\Delta U + \Delta E = 0$ car $W = 0$ et $Q = 0$. Or on l'a vu $\Delta E = \Delta E_P < 0$ d'où $\Delta U > 0$ ce qui signifie comme je le suggérais dans la première partie qu'il y a conservation de l'énergie et que l'énergie potentielle du pendule est transformée en énergie interne.
Le problème auquel nous allons maintenant nous intéresser est de savoir pourquoi il n'y a pas de transfert d'énergie interne U en énergie potentielle ou cinétique. Pourquoi une fois l'élévation de température du milieu observée et le système oscillant arrêté, n'observons nous jamais spontanément une diminution de la température du milieu et un renouveau des oscillations du pendule ? Intuitivement, vous savez cette évolution impossible mais dans le premier principe, rien ne montre l'impossibilité d'une telle évolution.

Il faut donc se donner un deuxième principe pour savoir ce qu'il est possible de faire. En physique, on dit que le second principe donne la "flèche du temps". On entend par cela que seule une évolution est spontanément possible, celle où E_P diminue et U augmente, et que si l'on visionne le film de l'expérience à l'envers (on renverse la flèche du temps), le film présente une évolution non physique. Le rôle du second principe est donc de déterminer quelle évolution est possible, et quelle évolution est impossible.

Je souhaiterais dire un mot expliquant cette "impossibilité d'une transformation" à l'échelle microscopique, bien que le lien qui existe entre macroscopique et microscopique ne soit pas à votre programme. En fait quand le pendule se met à osciller, les molécules de gaz sont entraînées par l'oscil-

lateur. Pour mettre en mouvement ces molécules de gaz, le pendule cède une partie de son énergie au gaz (ce qui correspond du point de vue du pendule au frottement ou du point du système globale au transfert d'énergie de l'énergie potentiel en énergie interne.) Les molécules d'air entraînées ont alors un mouvement régulier. Puis par les chocs, elles vont perdre ce mouvement régulier. Les chocs sont responsables de l'augmentation de température. Il est inimaginable que les mouvements désordonnés des particules parviennent à remettre en mouvement le pendule.

3.2 L'entropie et le second principe de la thermodynamique

3.2.1 Enoncé du second principe de la thermodynamique

Nous avons vu sur l'exemple ci-dessus la nécessité d'introduire une nouvelle fonction thermodynamique pour savoir si une évolution est a priori possible.

L'énoncé du second principe est le suivant :

Il existe une fonction S appelée entropie tel que :
- S est extensive (i.e. la fonction est additive lors d'une partition du système).
- S est une fonction d'état. A l'équilibre, S ne dépend que d'un petit nombre de variable d'état.
- Au cours de l'évolution d'un système fermé, l'entropie du système vérifie l'inégalité suivante $dS \geqslant \frac{\delta Q}{T_e}$.

Remarque 1 : De même que pour le premier principe, lorsque vous énoncez le second principe, vous n'énoncez que le troisième point. Néanmoins les deux autres points sont importants. Le premier parce qu'il est important pour pouvoir calculer l'entropie qu'elle ne dépendent pas de la position et des vitesses de toutes ces particules (typiquement 10^{26}) mais de seulement quelques paramètres macroscopiques tel T, P....
De même le deuxième point est important pour calculer l'entropie d'un système composé de plusieurs sous système.

Remarque 2 : Malgré la remarque 1, le principe d'évolution est effectivement contenu dans le troisième point.

3.2.2 Conséquence immédiate du deuxième principe.

Pour un système fermé et calorifugé, $Q = 0$, d'où $\Delta S = 0$. Si l'on s'intéresse en outre à une transformation réversible, alors l'évolution de I (l'état initial) à F (l'état final) est possible donc $\Delta S = S_F - S_I \geqslant 0$. Mais l'évolution de F à I est tout aussi possible dans les mêmes conditions d'où $\Delta S = S_I - S_F \geqslant 0$. La combinaison des deux inégalités donne $S_F - S_I = 0$. On voit donc ici qu'en plus du caractère prédictif du second principe, on a un critère de réversibilité.

Néanmoins nous n'avons étudié que le cas d'un système calorifugé. En fait le second principe tel qu'il est présenté ici n'est agréable que pour les systèmes calorifugé. Il faut donc réexprimer le second principe sous une forme plus commode.

3.2.3 Une nouvelle expression du second principe de la thermodynamique.

L'idée de cette expression est due à Lord Kelvin (qui avant d'être anoblie par la Reine d'Angleterre était Sir Thomson). Dans l'expression de dS,on distingue deux termes $\delta S_{échange}$ et $\delta S_{créée}$ où $\delta S_{échange} = \frac{\delta Q}{T_e}$ entropie liée à l'échange de chaleur, et $\delta S_{créée}0$ avec égalité dans le cas réversible. D'où

$$dS = \delta S_{échange} + \delta S_{créée} = \frac{\delta Q}{T_e} + \delta S_{créée} \; avec \; \delta S_{créée} \geqslant 0$$

L'expression macroscopique du second principe entre un instant I et F est :

$$\Delta S = S_{échange} + S_{créée} = \; avec \; S_{échange} = \int \frac{\delta Q}{T_e} \; et \; S_{créée} \geqslant 0$$

Pour appliquer le second principe de la thermodynamique pour un système entre I et F, on procède comme tel :
on calcule ΔS connaissant l'expression de l'entropie (on verra comment dans la partie suivante)
on calcule $S_{échange}$ avec $S_{échange} = \int \frac{\delta Q}{T_e} = \frac{1}{T_e} \int \delta Q = \frac{Q}{T_e}$ dans la mesure où la température extérieure T_e est constante. Q se calcule à l'aide du premier principe.
on calcule alors $S_{créée} = \Delta S - S_{échange}$ et on vérifie que $S_{créée} \geqslant 0$ et on conclus (réaction possible réversible, réaction possible irréversible, réaction impossible).

3.3 Identité thermodynamique

Cette partie est relativement plus difficile du point de vue conceptuel. Le résultat bien qu'important n'est pas explicitement à votre programme mais il permet d'obtenir l'expression de l'entropie. Considérons une évolution réversible et infinitésimale d'un système fermé. Le premier principe de la thermodynamique donne $dU = \delta Q_{révers} + \delta W_{révers}$ soit $dU = \delta Q_{révers} - pdV$ car $p_e = p$ pour une transformation réversible.

Le deuxième principe de la thermodynamique donne $dS = \delta S_{échange} + 0$ car $\delta S_{créée} = 0$ pour une transformation réversible. De plus $\delta S_{échange} = \frac{\delta Q_{révers}}{T}$ d'où $\delta Q_{révers} = TdS$ car $T_e = T$ pour une transformation réversible.

En réinjectant cette expression dans le premier principe, on trouve :

$$dU = TdS - pdV$$

Cette expression ne fait intervenir que des différentielles exacts, elle ne dépend donc pas de la transformation choisie lors de la démonstration et cette expression est générale. (Ceci est à admettre même si j'espère vous avoir convaincus.)

Remarque 1 : A partir de cette expression, il est possible de redéfinir T et p. Ceci constitue la bonne définition de la température thermodynamique mais ceci est du détail. Le seul point important à retenir pour vous est qu'ainsi défini T et p correspondent à la température et à la pression usuelles. (Ouf !)

Remarque 2 : On a vu $H = U + pV$ et $dU = TdS - pdV$.
$dH = dU + d(pV) = dU + Vdp + pdV = (TdS - pdV) + Vdp + pdV = TdS + Vdp$.

$$\boxed{dH = TdS + Vdp}$$

3.3.1 Expression de l'entropie pour divers fluides modèles.

A partir de l'identité thermodynamique $dU = TdS - pdV$, il est possible de déterminer l'expression de la fonction S pour le gaz parfait. $dS = \frac{dU}{T} + \frac{pdV}{T}$ or pour un gaz parfait $dU = c_V dT$ et $\frac{P}{T} = \frac{nR}{V}$ d'où $dS = c_V \frac{dT}{T} + nR\frac{dV}{V}$ soit en intégrant

$$\boxed{\Delta S^{gaz\ parfait} = S_2 - S_1 = c_V \ln(\frac{T_2}{T_1}) + nR \ln(\frac{V_2}{V_1})}$$

on peut aussi obtenir

$$\boxed{\Delta S^{gaz\ parfait} = S_2 - S_1 = c_p \ln(\frac{T_2}{T_1}) - nR \ln(\frac{P_2}{P_1})}$$

Pour un liquide ou un solide, l'expression de S est simplement

$$\boxed{\Delta S^{liquide} = S_2 - S_1 = c^{liquide} \ln(\frac{T_2}{T_1})}$$

$$\boxed{\Delta S^{solide} = S_2 - S_1 = c^{solide} \ln(\frac{T_2}{T_1})}$$

Chapitre 4

Etude des machines thermiques

Quoi de plus beau qu'une machine thermique ! Elles peuplent notre environnement (frigo, voitures, avions, centrale nucléaire, climatiseur...), sont à l'origine de la révolution du XIXème siècle. De plus elles constituent un excellent champ d'application pour le premier et second principe puisqu'ils ont été découverts lors de l'étude des machines thermiques.

4.1 Schématisation du problème

Nous allons tenter de récapituler sur un même graphique l'ensemble des valeurs importantes pour le problème étudié. Ce schéma va donc servir de référence pour les calculs. Nous allons prendre pour exemple une machine thermique bien connu, le frigo.

Quels sont les différents éléments d'une machine thermique ?
Tout d'abord, le fluide (liquide ou gaz) qui subit la transformation cyclique. Dans le cas du frigo, ce fluide est le fréon. Ce fluide est au coeur de la machine thermique, il doit donc être au coeur de notre schéma.
Puis viennent les sources de chaleurs. Pour le frigo, elles sont au nombre de deux : la source chaude (l'atmosphère) et la source froide (l'intérieur du frigo). Elles sont représentées en périphérie du diagramme, notée S_C et S_F. Ces sources échangent (cèdent ou reçoivent) de la chaleur avec le fluide du moteur. Ces échangent sont représentés par les flèches avec la grandeur associée Q_C et Q_F. Les flèches sur le schéma algèbrisent les grandeurs. Ainsi Q_C est positive lorsque le système reçoit de la chaleur de la part de la source S_C.
Un moteur entraîne (ou est entraîné) par des parties mobiles, le piston compresseur dans le cas du frigo... Ceci constitue une source de travail, notée elle aussi en périphérie du diagramme. Et de même que ci dessus, la grandeur W est algébrisée par le sens de la flèche.

Voici donc le schéma récapitulatif (qui vaut mieux qu'un long discours) :

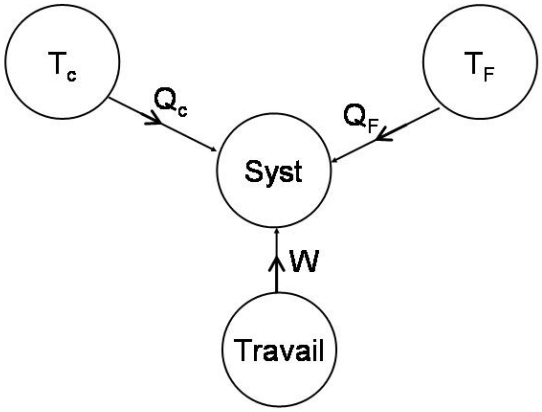


FIGURE 4.1 – Schéma de principe d'une évolution ditherme

4.2 Etude d'une machine cyclique monotherme

Voici le schéma relative à une machine monotherme (i.e. en contact avec une unique source de chaleur).

Le premier principe appliqué au fluide moteur donne :
$\Delta U = W + Q$
or $\Delta U = 0$ car la transformation est cyclique. (Après un cycle le fluide revient à son état de départ.)
d'où finalement $W + Q = 0$.

Le deuxième principe appliqué au fluide moteur donne :
$\Delta S \geq \frac{Q}{T}$
or $\Delta S = 0$ car la transformation est cyclique.
d'où finalement $Q \leq 0$

et donc $W \geq 0$

ce qui nous amène à l'énoncé de Thomson :

Il n'existe pas de moteur monotherme cyclique.

Remarque 1 : Attention cela ne veut pas dire qu'une machine monotherme n'existe pas ou qu'elle n'est pas intéressante. Un radiateur reçoit de l'électricité (du travail électrique) et fournit de la chaleur. Et un radiateur c'est utile !

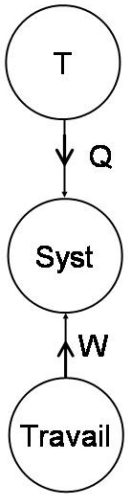


FIGURE 4.2 – Schéma de principe d'une évolution monotherme

Remarque 2 : D'un point de vue historique, ceci fut à l'origine appelé second principe. En effet cela découle du deuxième principe tel que nous le connaissons aujourd'hui et je vous le rappelle le deuxième principe fut créé pour étudier les machines thermiques, dire ce qui était possible et ce qui était impossible !

4.3 Etude d'une machine cyclique ditherme

4.3.1 Premier et second principe

Une machine thermique ditherme est une machine thermique en contact avec deux sources de chaleur S_1 et S_2. Le diagramme correspondant est celui de la figure 3.
$\Delta U = W + Q_C + Q_F$
or$\Delta U = 0$ car la transformation est cyclique. (Après un cycle le fluide revient à son état de départ.)
d'où finalement

$$\boxed{W + Q_C + Q_F = 0}$$

Le deuxième principe appliqué au fluide moteur donne :
$\Delta S \geq \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}$
or $\Delta S = 0$ car la transformation est cyclique.
d'où finalement

$$\boxed{\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0}$$

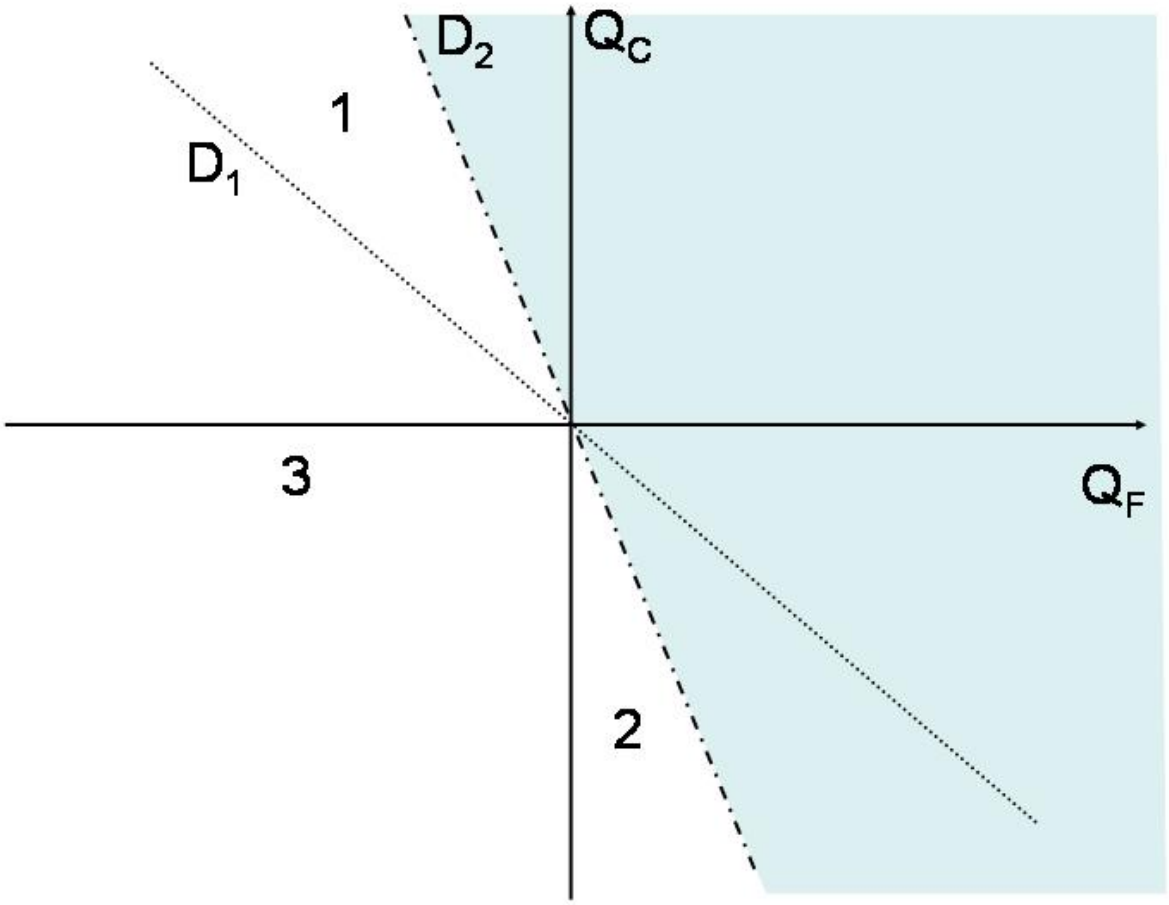


FIGURE 4.3 – Diagramme de Raveau

Cette inégalité s'appelle l'inégalité de Clausius Carnot.

Regardons ce qu'imposent le premier et le second principe.

4.3.2 Diagramme de Raveau

Le diagramme de Raveau représente Q_C en fonction de Q_F.

Traçons $Q_F + Q_C = 0$ (Droite D1). Ainsi dans la partie supérieure du diagramme, $W < 0$ et dans la partie inférieure $W > 0$. (Ceci traduit le premier principe).

Traçons $\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} = 0$ (droite D2). Ainsi tout ce qui situé à droite de D2 (la partie grisée du graphique) correspond à une évolution interdite par le second principe.

D'où il ne reste que trois secteurs, notés 1,2,3.

Dans le secteur 1, $W < 0$ ce qui signifie que le fluide cède de l'énergie au moteur, ce qui est intéressant car on a alors un moteur !

Dans le secteur 2, $W > 0$ on dépense de l'énergie mais $Q_C < 0$ et $Q_F > 0$ ce qui signifie que l'on retire de la chaleur à la source froide et que l'on chauffe la source chaude, ce qui correspond à un transfert de chaleur en sens inverse du sens spontanée. Ceci correspond au cas du frigo où l'on veut refroidir la source froide, et au cas de la pompe à chaleur où l'on cherche à chauffer une pièce à partir de l'atmosphère qui est plus froide.

Dans le secteur 3, $W > 0$ et $Q_F < 0$. On dépense de l'énergie pour que le transfert de chaleur s'effectue dans le sens spontanée du chaud vers le froid, ce qui est inintéressant.

Seuls les secteurs 1 et 2 correspondent à des cas intéressants.

4.3.3 Les moteurs

Pour un moteur le transfert de chaleur s'effectue dans le sens spontanée, du chaud vers le froid et donc $Q_C > 0$ et $Q_F < 0$. Comme il s'agit d'un moteur, on récupère du travail et donc $W < 0$. Ainsi dans la cas d'une voiture, un piston est repoussé lors de l'explosion, ce qui permet de faire avancer la voiture.
Nous allons définir l'efficacité d'un moteur par ρ qui est le rapport entre la grandeur utile ici le travail $|W|$ et la grandeur coûteuse ici la chaleur reçue par le système de la source chaude Q_C (qui vient de la combustion de l'essence, c'est donc bien la grandeur coûteuse.)

$$\boxed{\rho = \frac{grandeur\ utile}{grandeur\ couteuse} = \frac{|W|}{Q_C}}$$

Or comme $|W| = -W = Q_C + Q_F$ et $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$,
on trouve

$$\boxed{\rho \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

On obtient ainsi une borne supérieure pour le rendement, qui est par ailleurs compris entre 0 et 1. Il y a égalité avec le rendement supérieure dans le cas d'un système réversible. (égalité dans le second principe.) Ce résultat constitue le théorème de Carnot.

4.3.4 Machine frigorifique et pompe à chaleur

Les machines frigorifiques et les pompes à chaleurs correspondent au même cas. $W > 0$ on dépense de l'énergie mais $Q_C < 0$ et $Q_F > 0$ ce qui signifie que l'on retire de la chaleur à la source froide

et que l'on chauffe la source chaude, ce qui correspond à un transfert de chaleur en sens inverse du sens spontanée. Pour que le transfert s'effectue dans ce sens, il est absolument nécessaire de fournir de l'énergie au système.

Pour le frigo, on souhaite refroidir la source froide et donc la grandeur intéressante est Q_F. La grandeur coûteuse est bien évidemment le travail électrique (convertit en travail mécanique dans le frigo) donc W. D'où on définit l'efficacité du frigo,e_{frigo}.

$$e_{frigo} = \frac{grandeur\ utile}{grandeur\ couteuse} = \frac{Q_F}{W}$$

Il s'agit d'une efficacité car ce nombre peut être plus grand que 1.
De même que ci avant on peut trouver à partir du premier et du deuxième principe de la thermodynamique, une borne supérieure pour cette efficacité et on trouve

$$e_{frigo} \leq \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

l'égalité correspondant au cas réversible.

Pour la pompe à chaleur, on souhaite chauffer une pièce donc c'est $|Q_C|$ la grandeur intéressante. Et donc l'efficacité de la pompe à chaleur est e_{pompe}.

$$e_{pompe} = \frac{grandeur\ utile}{grandeur\ couteuse} = \frac{|Q_C|}{W}$$

$$e_{pompe} \leq \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

l'égalité correspondant au cas réversible.

4.4 Exemple de cycle : le Cycle de Carnot

Il est aisé de représenter les cycles des machines thermiques sur un diagramme de Clapeyron p=f(v). Comme $W = -\int pdV$, on peut voir sur le graphique si le cycle est moteur ou non.
En effet, $\int pdV$ est l'aire sous la courbe (intérprétation mathématique de l'intégrale). Donc $W_{A\to B} = -\int_A^B pdV$ est - ll'aire sous la courbe. Par conséquent,

si le cycle est décrit en sens trigonométrique, le cycle est recepteur,
si le cycle est décrit en sens non trigonométrique, le cycle est moteur.

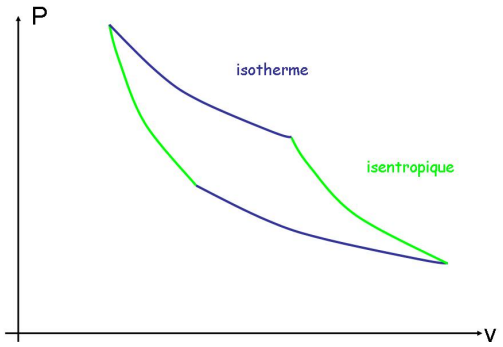


FIGURE 4.4 – Cycle de Carnot

Le cycle de Carnot pour un gaz parfait se compose de quatre phases :
Deux évolution isothermes réversibles AB et CD, au contact des sources chaudes et froides. Pour ces deux phases, sur le diagramme de Clapeyron, il faut donc tracer $p = \frac{nRT}{V}$ Deux évolutions adiabatiques réversible BC et DA. Sur le diagramme il faut tracer $p = \frac{Constante}{V^\gamma}$.
Ce cycle est réversible et il correspond au meilleur rendement possible, le rendement de Carnot. Un tel moteur est peu utilisé car il est très plat, ce qui signifie que le travail récupéré à chaque cycle est faible.

Effectuons l'étude complète du cycle pour s'en rendre compte.
Données : $T_A = 350K$, $V_A = 1260cm^3$, $T_C = 2185K$, $V_C = 135cm^3$ Calcul du travail total récupéré pour une mole de gaz.

- isotherme AB
  1er principe : $\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$
  $\Delta U_{AB} = 0$
  $W_{AB} = -RT_1 \ln(V_B/V_A)$
  D'où $Q_{AB} = -RT_1 \ln(V_B/V_A)$
  2eme principe : $\Delta S = S_{echange} + S_{creee} = \frac{Q_{AB}}{/} T_1 + S_{creee}$
  $\Delta S = 0 + Rln(V_2/V_1)$
  $S_{echange} = \int \frac{\delta Q}{T_1} = \frac{1}{T_1} \int \delta Q = \frac{Q_{AB}}{T_1}$
  $S_{creee} = 0$
- adiabatique réversible BC
  1er principe : $\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC}$
  $\Delta U_{BC} = c_V(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) = W_{BC}$
  $Q_{BC} = 0$
  $W_{BC} = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1)$

En raisonnant de même pour CD et DA, on trouve pour
$W_{tot} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$
$W_{tot} = -RT_1 \ln(V_B/V_A) + \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) - RT_1 \ln(V_D/V_C) + \frac{5}{2}R(T_1 - T_2)$

$W_{tot} = -RT_1 \ln(V_B/V_A) - RT_2 \ln(V_D/V_C)$

Les diverses applications numriques conduisent à $\rho = 0{,}84$ pour le moteur de Carnot.

Il existe deux autres cycles très important, le cycle d'Otto (ou Beau de Rochas) des voitures à essence et le cycle Diesel des voitures au gazole. Ils vous sont présentés en exercices.

Chapitre 5

Changement d'état

Nous avons tous observé la fonte d'un glaçon et l'eau des pâtes en ébulition. Le sens commun est donc une aide pour l'étude des phénomènes. Néanmoins, la situation quotidienne est malheureusement souvent une situation "hors-équilibre" et donc pas véritablement celle étudiée ici. Prudence donc.
De nombreuses machines thermiques utilisent les changements d'état de la matière, c'est pourquoi ce chapitre est important.

5.1 Diagramme P-T

Ce digramme présente les domaines de stabilité des trois phases d'un composé pur quelconque. Il présente un point triple nommé T, pour lequel les trois phases (solide, liquide et gazeux) coexistent. En ce point, la température et la pression sont fixées. (Ce point sert de référence pour diverses échelles de températures). Il présente aussi un point critique, noté C, au-delà duquel il n'existe plus de différence entre l'état liquide et l'état gazeux, on parle alors d'état fluide.

Les courbes frontières sont appelés courbes de coexistence, pour lesquelles deux espèces coexistent. Ces courbes ont pour équation $P = \Pi(T)$ ce qui signifie que pour que deux espèces coexistent à une température donnée, il faut que la température soit fixée, et que tant que les deux espèces coexistent à T fixé, la pression est elle aussi fixée.

Pour le diagramme de l'eau, la pente de la courbe de coexistence liquide-solide est de pente négative (ce qui n'est pas le cas général.)

Il existe un lien entre les pentes des courbes sur ce diagramme et la chaleur latente de changement de phase. Cette relation se nomme la relation de Clapeyron. $l_{1\to 2} = (v_2 - v_1)T\frac{dP}{dT}$.
Il faut à ce sujet noter une particularité de l'eau, à savoir la pente entre la phase solide et la phase liquide. Comme la glace flotte sur le liquide, $(v_l - v_s) < 0$, donc $\frac{dP}{dT} < 0$ afin que $l_{s\to l} > 0$. Ainsi une augmentation de pression permet de faire fondre la glace et rend le ski possible. (Le ski glisse sur la pellicule d'eau qui se crée sous le ski du fait de la pression et aussi de l'échauffement, mais les deux contributions sont importantes.)

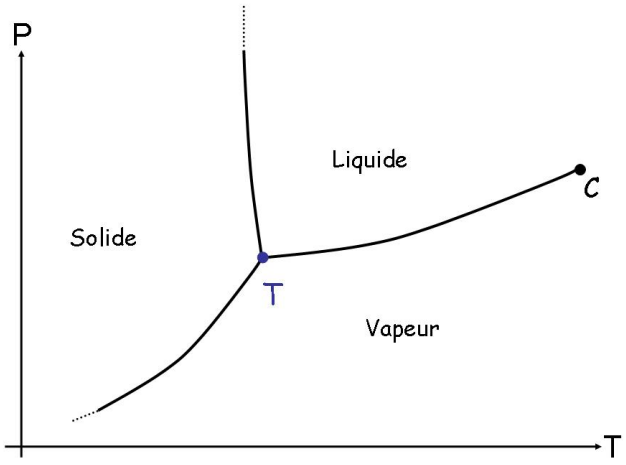


FIGURE 5.1 – diagramme de phase de l'eau.

Pour décrire complètement l'état du système diphasé (constitué de deux phases liquide-solide ou liquide-vapeur), il ne suffit pas de donner la température et la pression : T et P, comme pour un système monophasé. D'une part, ces deux paramètres sont liés pour un système diphasé comme le montre le diagramme P-T. Ainsi pour l'eau sous la pression usuelle, l'équilibre liquide-solide n'est possible qu'à 0°C et l'équilibre liquide-vapeur n'est possible qu'à 100°C. Et d'autre part, il faut se donner **quelle fraction du corps pur** est dans la phase 1 et laquelle est dans la phase 2. Pour cela, on définit pour cela le titre massique : $x_1 = \frac{m_1}{m_{tot}}$. Prenons l'exemple de l'équilibre liquide-vapeur de l'eau à 100°C sous pression usuelle. Il faut préciser quelle masse d'eau est sous forme liquide et quelle masse d'eau est sous forme vapeur, ce qui revient à exprimer le titre (ou poucentage) massique de vapeur.

5.2 Diagramme de Clapeyron, isotherme d'Andrews

Sur le diagramme de Clapeyron (diagramme p-v), traçons l'évolution partant d'un état B, où le corps considéré est gazeux et augmentons la pression à température constante. On obtient d'abord une diminution du volume massique du gaz. Puis lorsque la première goutte de liquide apparaît en V, la pression se stabilise et on a un équilibre liquide vapeur qui se crée. De ce fait, la pression demeure elle aussi constante jusqu'à ce que la dernière goutte de vapeur disparaisse en L. Alors il ne reste que du liquide et l'augmentation de pression n'entraîne alors qu'une très faible modification de volume massique.
Une autre isotherme est représentée sur le diagramme, elle passe au-dessus du point critique où il n'existe plus de différence entre les deux états.

La courbe correspondant à l'apparition de la première goutte de liquide se nomme courbe de rosée et la courbe correspondant à la première goutte de vapeur est appelée courbe d'ébullition.

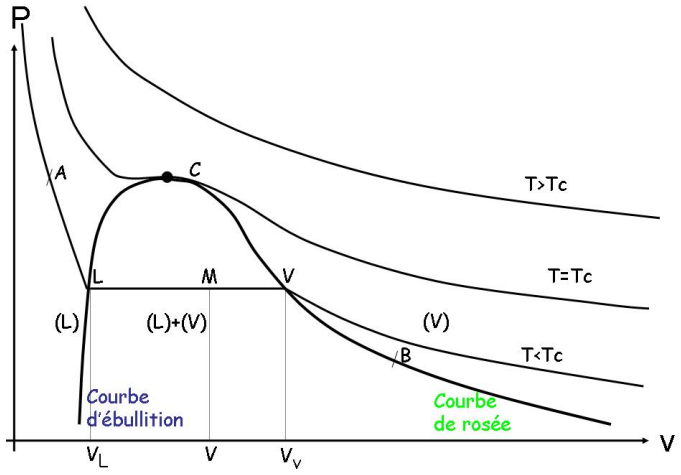


FIGURE 5.2 – Diagramme de Clapeyron et isothermes d'Andrews.

5.3 Etude de diverses grandeurs thermodynamiques lors du changement d'état

La chaleur latente massique de changement de phase à la température T de la phase 1 à la phase 2 correspond à la différence d'enthalpie massique du corps entre les deux phases.

$$h_2(T) - h_1(T) = l_{1\to 2}(T)$$

Prenons un premier exemple : une masse m d'eau passe de l'état liquide à l'état vapeur sous pression usuelle à 100°C, la transformation est isobare (d'où l'idée de faire un bilan d'enthalpie), la température n'évolue pas (car la pression es constante) et pourtant l'enthalpie évolue du fait du changement d'état, la variation d'enthalpie est alors $\Delta H = m.\Delta h = m.l_v(373^\circ K)$

Prenons un second exemple : un système diphasé liquide vapeur de masse totale m_{tot} sous pression usuelle à 100°C passe d'un titre en vapeur x_I à un titre x_F, la transformation est là encore isobare, la température n'évolue pas mais l'enthalpie évolue du fait du changement d'état, la variation d'enthalpie est alors $\Delta H = m_{eau\ chgt'_{.}etat}.\Delta h = m.(x_F - x_I).l_v(373^\circ K)$

Le bilan d'entropie massique s'écrit :

$$s_2(T) - s_1(T) = \frac{l_{1\to 2}(T_{chgt\ etat})}{T_{chgt\ etat}}$$

Reprenons un premier exemple : une masse m d'eau passe de l'état liquide à l'état vapeur sous pression usuelle à 100°C, la température n'évolue pas (car la pression es constante) et pourtant l'entropie évolue du fait du changement d'état, la variation d'entropie est alors $\Delta S = m.\Delta s = m.\frac{l_v(373^\circ K)}{373}$

Reprenons un second exemple : un système diphasé liquide vapeur de masse totale m_{tot} sous pression usuelle à 100°C passe d'un titre en vapeur x_I à un titre x_F, l'entropie évolue du fait du changement d'état, de l'évolution de la composition du système $\Delta S = m_{eau\ chgt\ etat}.\Delta s = m.(x_F - x_I).\frac{l_v(373^\circ K)}{373}$

Reste à mettre cela en pratique !

Chapitre 6

Complément I : Elements de statique des fluides.

Cette partie n'est pas à proprement parler de la thermodynamique, néanmoins certains concepts s'apparentent à la thermodynamique.

La statique des fluides consiste en l'étude d'un fluide au repos dans un référentiel galiéen ou non sous l'action d'un champ de force extérieur. En bref, on étudie comment varie la pression et la température dans un fluide au repos dans le champ de pesanteur (essentiellement).

6.1 Force de pression.

6.1.1 Position du problème.

Le système étudié ici est un volume élémentaire de fluide dV (volume macroscopique, constitué d'un grand nombre de particules). Ici le terme fluide renvoie au gaz aussi bien qu'au liquide (ces derniers étant très peu compressibles).
La masse de cet élément de volume $dm = \sum_{i \in dV} m_i = \mu dV$ où μ désigne la masse volumique du fluide.

Le fluide est au repos, i.e. la vitesse moyenne (en vecteur) de dV est nulle, il n'y a pas de mouvement d'ensemble, juste de l'agitation thermique qui génère un mouvement isotrope. $< \vec{v} >_{dV} = \vec{0}$.

6.1.2 Champs de force dans un fluide.

L'élement de fluide dV peut être soumis à deux types de forces :
- les forces volumiques. $d\vec{F} = \vec{f}.dV$.
  Exemple : la force de pesanteur, $d\vec{P} = dm.\vec{g} = \mu\vec{g}.dV$.
- les forces surfaciques. Il s'agit des forces de contacts avec la parois ou avec les autres éléments du fluide.

Exemple : les forces de pression, $d\vec{F} = -p.d\vec{S}$, ou les forces de frottements dans le fluide (les forces de viscosité qui sont tangentes à la parois).

Il est possible d'exprimer le champ de force de pression comme une force volumique. (C'est une astuce mathématique mais qui permet de faciliter la résolution des exercices).

$$\boxed{d\vec{F} = -\vec{grad}p.dV}$$

Démonstration :
Considérons un élément de fluide élémentaire cubique $dV = dx.dy.dz.$ et intéressons nous à la résultante des forces de pression sur les deux faces opposée du dessus et du dessous.
Sur la face du dessus, $d\vec{F} = -p(z+dz).dx.dy.\vec{u_z}$. (Cette force est bien dirigée vers le bas.)
Sur la face du dessous, $d\vec{F} = p(z).dx.dy.\vec{u_z}$. (Cette force est dirigée vers le haut.)
La résultante suivant $\vec{u_z}$ est $d\vec{F}_{tot} = p(z).dx.dy.\vec{u_z} - p(z+dz).dx.dy.\vec{u_z} = -\frac{\partial p}{\partial z}.dz.dx.dy.\vec{u_z}$. En raisonnant de même suivant les deux autres directions, on obtient $d\vec{F} = -\vec{grad}p.dV$. Cette expression est indépendante du système de coordonnées et est donc générale.

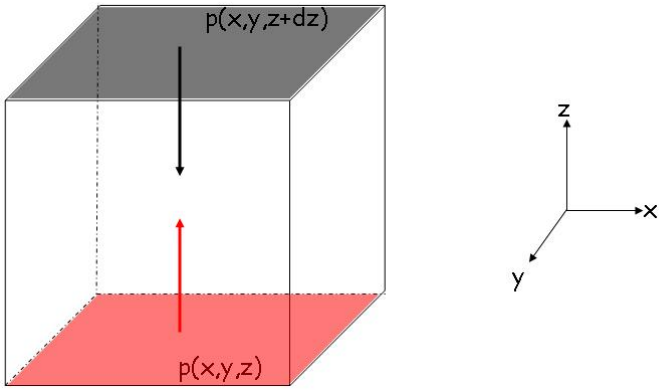


FIGURE 6.1 – Calcul de la force de pression

6.1.3 Principe fondamentale de la statique des fluides.

Supposons le référentiel galiléen et appliquons le principe fondamentale de la dynamique à la particule de fluide dV soumise uniquement au champ de pesanteur.

$$d\vec{F}_{pesanteur} + d\vec{F}_{pression} = \vec{0}$$

soit $\mu\vec{g}.dV - \vec{grad}p.dV = \vec{0}$ ce qui donne après simplification par dV :

$$\boxed{\mu\vec{g} - \vec{grad}p = \vec{0} \qquad (6.1)}$$

Il reste alors à faire des hypothèses sur le comportement du fluide afin de déterminer comment varie la pression en son sein.

6.2 Modèle de l'atmosphère isotherme.

6.2.1 Les hypothèses du modèle.

Dans le modèle de l'atmosphère isotherme, on suppose que **la température de l'air ne varie pas avec l'altitude**. Il faut être conscient qu'il s'agit que d'une approximation. (Il fait plus froid au sommet du Mont Blanc qu'à Chamonix mais les variations relatives de températures en Kelvin, qui est l'unité internationale, sont faibles, $\frac{\Delta T}{T}$ inférieure à 10%.)
Nous allons aussi supposé que l'air peut être assimilé à un **gaz parfait**.

6.2.2 Les résultats du modèle.

Le champ de pesanteur n'est sensible que sur z. Donc p dépend de z mais pas de x, ni de y.
Pour le montrer, si l'on projette l'équation 6.1 sur $\vec{u_x}$, on a $-\vec{grad}p.\vec{u_x} = 0 = -\frac{\partial p}{\partial x}$, ce qui signifie p ne dépend pas de x.
Et on raisonne de même suivant $\vec{u_y}$.

Si maintenant on projette l'équation 6.1 sur $\vec{u_z}$, on a $-\mu\vec{g}.\vec{u_z} - \vec{grad}p.\vec{u_z} = 0 = -\mu g - \frac{\partial p}{\partial z} = -\mu g - \frac{dp}{dz}$.
On ne peut intégrer directement cette équation puisque μ dépend de z.
Dans le cadre du modèle, $p = \frac{\mu}{M}RT$ où M désigne la masse molaire du fluide. Soit $\mu = \frac{pM}{RT}$.
En injectant cette expression dans l'équation obtenue par projection, on a :
$-\frac{pM}{RT}g - \frac{dp}{dz} = 0$.
En séparant les variables, il vient : $\frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT}dz$.
Reste à intégrer cette expression : $\int \frac{dp}{p} = -\int \frac{Mg}{RT}dz$.
On obtient alors $\ln(p - p_0) = -\frac{Mg}{RT}(z - z_0)$ en utilisant pour condition au limite : $p(z = z_0) = p_0$.
Finalement

$$\boxed{p = p_0 \exp(-\frac{Mg}{RT}(z - z_0))}$$

Analyse des résultats du modèle :
La pression diminue avec l'altitude, ce qui est cohérent avec l'expérience. Néanmoins, les variations de pression de l'atmosphère isotherme. L'altitude augmente de $\simeq 1{,}2\%$ tous les 100 m. On voit ici apparaître une hauteur H caractéristique des variations de pression : $H = \frac{RT}{Mg}$.
A l'échelle de l'homme, ces variations sont négligeables (ce qui fait que la poussée d'Archimède sur les corps plongés dans l'air est négligeable, cf. section infra.).
Cette modélisation est jugée bonne pour les couches entre 20 et 30 km, où l'air est très brassé ce qui lui confère une température assez homogène. Elle n'est que satisfaisante pour les couches inférieures où les variations de T peuvent être sensible. ($\frac{dT}{dz} = -7.10^{-3}\text{K.km}^{-1}$.Dans ce cas, le meilleur modèle est celui de l'atmosphère polytropique.)

6.2.3 Complément : statistique de Maxwell-Bolzmann.

Calculons la densité particulaire n^* dans le cadre de ce modèle.

$n^* = \frac{N}{V} = \frac{\mu}{m}$ où m désigne la masse d'une particule.
$n^* = \frac{P}{RT}.\frac{M}{m} \propto \exp(-\frac{Mgz}{RT})$ soit $\exp(-\frac{mgz}{k_BT})$ après simplification par le nombre d'Avogadro.
Dans ce dernier facteur exponentiel, on reconnaît au numérateur l'énergie potentiel de la particule dans le champ de pesanteur $E_p = mgz$, et au dénominateur l'énergie d'agitation thermique k_BT. Ce résultat est général et constitue l'élément fondamentale de la statistique de Maxwell Bolzmann.

Enoncé (simplifié) de la statistique de Maxwell Bolzmann.
Toute répartition de particule en équilibre à la température T dans un champ de force dérivant d'un potentiel est proportionnel à $\exp(\frac{E_p}{k_BT})$.

Interprétation (simplifiée) de cette statistique :
L'idée est mettre en regard deux termes énergétiques dont l'un, E_p tend à ordonner les particules (l'effet de la pesanteur est de les amener vers le bas), l'autre, l'agitation thermique, est de les désorganiser (les chocs aléatoires créent une distribution isotrope). En regardant l'influence de ces deux termes, on peut déterminer les propriétés de la répartition de particules.
Grâce à cette théorie, il est possible d'étudier les aimants. La théorie non simplifié (physique statistique) permet d'étudier peu ou prou tous les objets macroscopiques comme les condensats de Bose-Einstein, les Supraconducteurs, ...

6.3 Modèle du fluide incompressible.

Le modèle de l'atmosphère isotherme est bien adapté pour décrire les gaz. Mais les liquides échappent eux à cette description, ils ne peuvent en aucun cas être assimilé à des gaz parfaits. Le modèle adopté pour les liquides est celui du **liquide incompressible**, i.e. $\mu = cste$.

Si on projette l'équation 6.1 sur $\vec{u_z}$, on a $-\mu\vec{g}.\vec{u_z} - \vec{grad}p.\vec{u_z} = 0 = -\mu g - \frac{\partial p}{\partial z} = -\mu g - \frac{dp}{dz}$.
Ici on peut intégrer directement cette équation puisque $\mu = cste$.

$$p + \mu g z = cste = p_0 + \mu g z_0$$

Analyse des résultats du modèle :
La pression augmente avec la profondeur, ce qui est cohérent avec notre connaissance du mode (les plongeurs en mer doivent respecter des paliers de décompression, les sous marins sont soumis à des pressions gigantesques...)
Ici les variations de pressions sont plus importantes puisque la pression atmosphérique est doublée tous les 10m de profondeur.

Remarque : l'interface entre deux fluides est une surface isobare.
Pour cela, il suffit de considérer une surface élémentaire de l'interface $d\vec{S}$. Les forces subies sont $d\vec{F_1} = p_1 d\vec{S}$ et $d\vec{F_2} = -p_2 d\vec{S}$. Or cette interface n'a pas de réalité matérielle donc la résultante sur cet élément de surface doit être nul. $d\vec{F_1} + d\vec{F_2} = \vec{0}$. D'où $p_1 = p_2$.
Attention, la tension superficielle peut modifier ce petit bilan de force (il faut prendre en compte la force de tension superficielle) et faire que $p_1 \neq p_2$ ($p_1 - p_2 = \frac{2\sigma}{R}$).

6.4 La poussée d'Archimède.

La poussée d'Archimède est l'action exercée par un fluide au repos sur un corps immergé.

La poussée d'Archimède est la somme de toutes les forces élémentaires de pression $d\vec{F} = -pd\vec{S}$ sur la surface de l'objet immergée.

Dans le cas d'un corps indéformable, la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ est une force appliquée au centre de masse du fluide déplacé, selon la verticale ascendante, et dont le module est égal au poids du fluide déplacé.

Sur la poutre de dimension $L.l.h.$ de section ABCD, les forces de pression sur les faces latérales BC et DA se compensent deux à deux (par symétrie). La résultante des forces de pression sur la face AB est $p_1.l.L.(-\vec{u_z})$. La résultante des forces de pression sur la face CD est $p_2.l.L.\vec{u_z}$. Or dans le cadre du modèle du fluide incompressible, $p_2 = p_1 + \mu_{liquide} gh$.
Finalement la résultante des forces de pression sur la poutre est $(p_2 - p_1).l.L.\vec{u_z} = \mu gh.l.L.\vec{u_z}$.
Or $\mu gh.l.L$ est le poids du fluide déplacé. Sur cet exemple simple, on retrouve donc le résultat énoncé par Archimède.
La poussée d'Archimède explique pourquoi Archimède (ou une poutre de bois) flotte dans le bain.

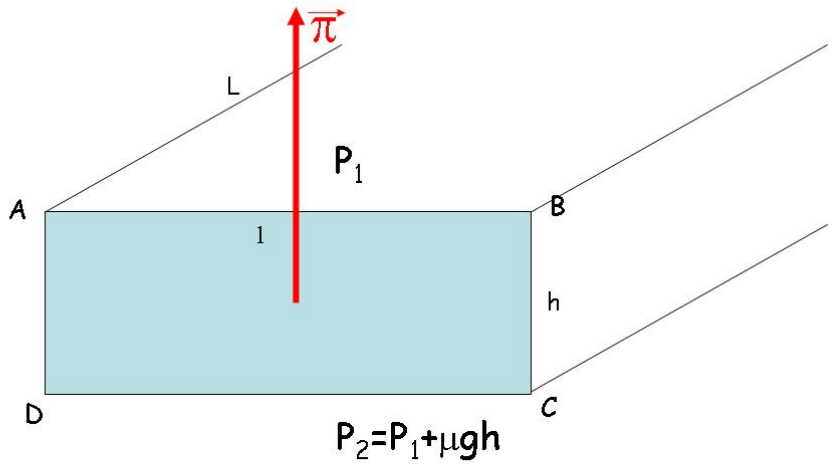


FIGURE 6.2 – Poussée d'Archimède

Il est tout à fait remarquable que cette force ne dépende pas de la profondeur. En conclusion de cela, si un objet à une densité inférieure à 1, il flotte ; s'il a une densité supérieure à 1, il coule et s'il a une densité de 1, il peut rester entre deux eaux à n'importe quelle profondeur.

Maintenant, si l'on souhaite appliqué ce théorème dans l'air, est-ce possible ? La réponse est oui. En effet, nous avons vu que les variations de pression (ou de masse volumique) avec l'altitude z étaient très faibles. Il est donc possible pour des objets de tailles inférieur ou égale à une dizaine de mètre de négliger les variations de masse volumique et donc de considérer sur de faibles échelles que $\mu = cste$. On peut alors appliquer la force d'Archimède dans l'air. Ainsi la poussée d'Archimède explique pourquoi les montgolfières volent.

Chapitre 7

Complément II : Quelques éléments de théorie cinétique.

7.1 Position du problème.

La thermodynamique étudie des systèmes constitués d'un grand nombre de particules. Rappelons qu'un litre d'air (1 l= 1 dm^3) contient environ 10^{26} molécules. [1] Ce problème est du point de vue de la mécanique complètement insoluble. Aucun ordinateur ne peut étudier un système constitué d'autant de particules. Néanmoins, à l'équilibre, il est possible de dégager un comportement moyen des particules et de faire ainsi le lien entre les grandeurs macroscopiques et celles microscopiques.

Pour cette partie ,nous allons avoir besoin de quelques définitions :
Si n est le nombre de mole, et N_A le nombre d'Avogadro
on désigne par N le nombre de particules : $N = n\ N_A$
on désigne par $n*$ la densité particulaire : $n* = \frac{N}{V}$

7.2 Théorie cinétique du gaz parfait monoatomique.

7.2.1 Description du problème.

Nous allons étudier le comportement d'un *gaz parfait monoatomique*. Un gaz est dit *parfait* si les particules n'interagissent pas entre elles, à l'exception des chocs. Les particules ne s'attirent pas, ni ne se repoussent. Le gaz est dit *monoatomique* s'il est constitué d'atome isolé (comme les gaz rares : He, Ar,...) et non pas de molécules (tel N_2 ou O_2).

Il faut pour étudier le problème nous intéresser aux propriétés de la distribution des vitesses des particules à l'équilibre.

1. Il est très difficile de se représenter à quel point ce nombre, proche du nombre d'Avagadro, est grand. Tenter de le faire est intéressant : Combien d'années de salaire cela représente-t-il ? Quelle distance parcourrait une fourmi en faisant 10^{26} pas de 1 cm ?

– La distribution des vitesses est supposée **stationnaire**, i.e. indépendante du temps.
– La distribution des vitesses est supposée **homogène**, i.e. identique en tout point de l'espace.
– La distribution des vitesses est supposée **isotrope**, i.e. indépendante de la direction considérée.

7.2.2 Un modèle simplifié.

Nous allons maintenant adopter un modèle très simplifié qui respecte les propriétés de la distribution des vitesses. [2]
Hypothèse 1 :
Nous allons supposer que toutes les particules ont toute la même vitesse égale à la vitesse moyenne [3] :

$$V = \sqrt{< v*^2 >}$$

Hypothèse 2 :
Nous allons supposer que les particules ne peuvent se déplacer que selon les axes x, y et z. Il y a donc 6 directions possibles pour les vitesses ($\vec{u}_x$, $-\vec{u}_x$, ...).
Comme l'espace est "isotrope", la probabilité qu'une particule prise au hasard est son déplacement suivant une des 6 direction est $\frac{1}{6}$. La figure **??** présente ce modèle. [4]

7.2.3 Calcul de la force de pression.

Considérons la situation présentée sur la figure 7.1 et calculons la force exercée par les particules sur l'élément de paroi dS pendant dt.

Commençons par calculer le nombre de particules venant frapper l'élément de paroi dS pendant dt.
Ces particules sont contenues dans un cylindre, dessiné en pointillé sur la figure **??**, de base dS et de longueur Vdt. (Toutes les particules susceptibles de venir frapper la paroi pendant dt sont situées à une distance inférieure à Vdt de la paroi.).
Il y a donc $n * \ dS \ Vdt$ particules susceptibles de venir frapper la paroi pendant dt.

Mais, parmi toutes les particules contenues dans ce cylindre, seule celles ayant la vitesse suivant $-\vec{u}_x$ viennent effectivement frapper la paroi, ce qui représente $\frac{1}{6}$ de ces particules. Le nombre de particules qui viennent donc frapper la paroi pendant dt est $\frac{1}{6} \ n * \ dS \ Vdt$.

Considérons maintenant une de ces particules qui vient frapper la paroi pendant dt et calculons sa variation de quantité de mouvement lors du choc avec la paroi. Nous allons supposer ce choc

2. Cette démarche est générale en physique. On commence toujours par choisir le modèle le plus simple possible et l'on en déduit des comportements que l'on cherche à vérifier expérimentalement.
3. Comme l'espace est homogène et isotrope, $< \vec{v} >= \vec{0}$, il faut donc s'intéresser à $< v*^2 > \neq 0$
4. Ce modèle est intéressant car il permet de retrouver rapidement les résultats. Il est peu réaliste mais intuitivement, comme il est possible d'écrire la vitesse quelconque comme une somme de trois vitesses selon les trois directions, tout cela n'est peut être pas si grave.

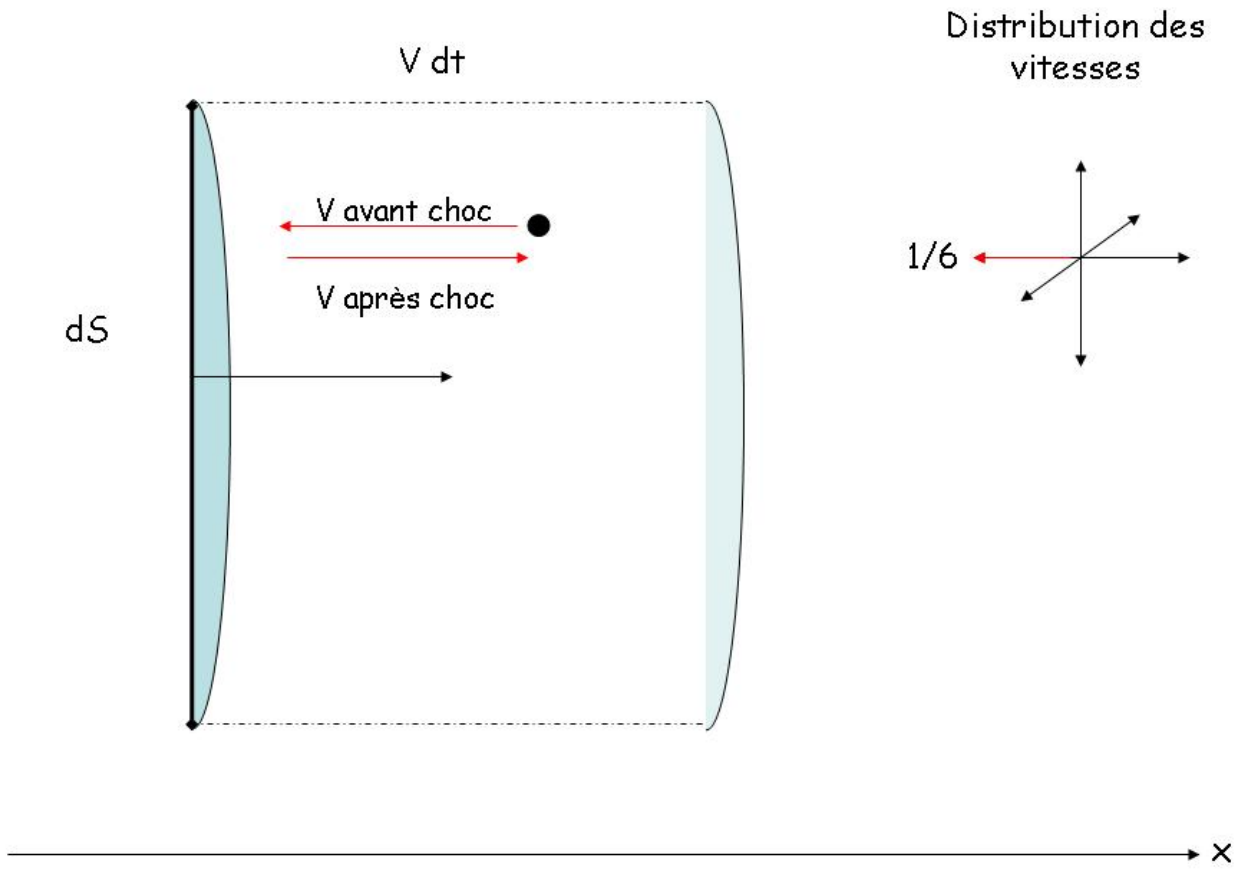


FIGURE 7.1 – Modèle pour le calcul de la force de pression.

élastique [5] :
$\Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v}_{après} - \vec{v}_{avant}) = m(V\vec{u}_x - (-V\vec{u}_x)) = 2\ m\ V\ \vec{u}_x$

Le principe fondamental de la dynamique assure que :
$\Delta\vec{P} = \vec{f}_{paroi \to particule} dt$.

Or, d'après le principe des actions réciproques,
$\vec{f}_{paroi \to particule} = -\vec{f}_{particule \to paroi}$

Si on calcule maintenant l'action de toutes les particules qui frappent la paroi pendant dt :

5. Dans la réalité la particule est adsorbée par la paroi mais une autre particule est désorbée, donc tout se passe comme si le choc était élastique.

$d\vec{f}_{particules\to paroi} = \frac{1}{6}\ n*\ dS\ Vdt\ \vec{f}_{particule\to paroi}$
$d\vec{f}_{particules\to paroi} = \frac{1}{6}\ n*\ dS\ Vdt\ (2\ m\ V\ \vec{u}_x\ \frac{1}{dt})$
$d\vec{f}_{particules\to paroi} = \frac{1}{3}\ n*\ dS\ m\ V^2\ \vec{u}_x$

Si l'on identifie cette expression à celle de la force de pression sur la paroi :
$d\vec{f}_{particules\to paroi} = -p\ dS(-\vec{u_x})$

On trouve finalement :

$$p = \frac{1}{3}\ n*\ dS\ m\ V^2 \tag{7.1}$$

Cette expression montre comment un paramètre d'état thermodynamique (ici la pression p) est relié aux propriétés statistiques des particules (ici la vitesse quadratique moyenne des particules $V^2 =< v*^2 >$).

7.2.4 Définition cinétique de la température d'un G.P.M.

On définit la température cinétique par la relation suivante :

$$< \frac{1}{2}mv^2 >= \frac{1}{2}mv*^2 = \frac{3}{2}k_BT \tag{7.2}$$

où k_B désigne la constante de Boltzmann, $k_B = 1{,}38.10^{-23}$ J.K^{-1}.

De cette définition, il est possible de calculer la vitesse quadratique moyenne des particules. Pour avoir un ordre de grandeur en tête, pour l'hélium, G.P. monoatomique à $T = 293$ K, $v* = 1{,}3.10^3$ m.s^{-1} $\simeq 10^3$ m.s^{-1}.

Cherchons à interpréter cette formule. Plus la température est élevée, plus la vitesse des particules est élevée, i.e. plus l'agitation thermique est importante, ce qui est logique.
Maintenant, d'où vient le coefficient $\frac{3}{2}$? L'égalité ci dessus est en réalité entre deux formes d'énergie : énergie cinétique des particules = énergie du gaz. Si l'on réécrit l'énergie cinétique de la particule, $\frac{1}{2}mv*^2 = \frac{1}{2}mv\ *_X^2 + \frac{1}{2}mv\ *_Y^2 + \frac{1}{2}mv*_Z^2$, on voit apparaître trois termes quadratiques. Or le théorème d'équipartition de l'énergie assure que chacun de ces termes quadratiques contribue à l'énergie du gaz par un facteur $\frac{1}{2}k_BT$. Et $3.\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

7.3 Etude thermodynamique du gaz parfait monoatomique.

7.3.1 Equation d'état des gaz parfaits monoatomique.

Compte tenu de l'expression de la pression obtenue précédemment et de la définition de la température ci dessus, il est possible d'éliminer de l'expression $v*$ et on obtient alors l'égalité suivante :

$$p = n * k_BT \tag{7.3}$$

Si maintenant, on choisit de remplacer $n*$ en fonction de n, le nombre de mole, $n* = nN_A/V$. D'où

$$pV = nN_A k_B T = nRT \tag{7.4}$$

Ici, on a posé $R = N_A k_B = 8{,}314$ J.K^{-1}.mol^{-1}. [6]

7.3.2 Energie interne du GPM.

On appelle énergie interne du gaz parfait monoatomique U la somme des énergies de chaque particule. Comme on a ici un gaz parfait, l'énergie des particules se résume à leur énergie cinétique.

$$U = \sum \frac{1}{2} m v_i^2 = N(\frac{1}{2} m v*^2) = N(\frac{3}{2} k_B T) = \frac{3}{2} nRT$$

L'énergie interne du gaz parfait monoatomique est donc :

$$U = \frac{3}{2} nRT \tag{7.5}$$

Il est remarquable qu'à l'équilibre U ne dépende pas des $6N$ coordonnées des particules ($3N$ coordonnées d'espace et $3N$ coordonnées des vitesses) mais uniquement d'un paramètre d'état : la température. C'est là toute la beauté de cette théorie : à l'équilibre thermodynamique, l'état du système est bien caractérisé par un petit nombre de paramètres, les paramètres d'états.

Il est aussi remarquable que U ne dépende pas de la pression p (alors que les gaz sont très compressibles). Cette caractéristique se retrouve pour tous les gaz parfaits. Nous y reviendrons dans le deuxième chapitre, consacré au 1er principe de la thermodynamique, où l'expression de U pour divers fluides modèles est rappelée.

7.4 Le Gaz de Van der Waals

L'objectif de cette section est simplement de vous donner quelques idées pour aller plus loin, pour voir que cette théorie ne se limite pas au cas excessivement simple du G.P.M. Pour cela, nous allons voir deux limites du modèle du gaz parfait et voir comment l'équation d'état du gaz de Van der Waals les prend en compte. Cependant, au lieu de partir des observations microscopiques pour en déduire l'équation d'état comme nous l'avons fait ci avant pour le G.P.M., nous allons vérifier que l'équation d'état de Van der Waals prend en compte ces deux limites, ce qui est plus simple.

Le premier élément à prendre en compte est que les particules de gaz ne sont pas réellement ponctuelles. Il s'agit d'atomes qui possèdent une certaine extension spatiale. En particulier, si on comprime fortement un gaz, les atomes refusent de s'interpénétrer et se repoussent les uns les autres. Il faut donc prendre en compte cette répulsion courte distance.

6. Cette équation est ici établie dans le cadre de l'approximation des gaz parfaits monoatomiques. En réalité, cette équation est valable pour tous les gaz parfaits, monoatomique ou non !

Deuxièmement, les molécules de gaz possèdent la plupart du temps un petit moment dipolaire instantané. Ces moments sont faibles mais ils interagissent entre eux : interaction attractive dipôle dipôle de Debye dont le potentiel est en $-\frac{C}{r^6}$.

En résumé, il y a une répulsion courte distance et une attraction grande distance des particules.

Pour prendre en compte ces deux effets, Van der Waals proposa l'équation d'état suivante :

$$(p + \frac{n^2 a}{V^2})(V - nb) = nRT \tag{7.6}$$

a et b sont deux constantes positives caractéristiques du gaz considéré.

Pour interpréter cette équation, il faut la réécrire sous une forme différente :

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2 a}{V^2}$$

Le premier terme $\frac{nRT}{V-nb}$ montre que le volume accessible au gaz n'est pas V mais $V - nb$. nb est appelé covolume, c'est le volume minimal que peut occupé le gaz. Dans le cadre du modèle des sphères dures, on peut écrire $b{=}\frac{4}{3}\pi r^3$. Dans ce cas, $r \simeq 0{,}1$ nm, ce qui correspond bien à une taille atomique.

Le deuxième terme $-\frac{n^2 a}{V^2}$ est appelé pression moléculaire (par opposition au premier terme appelé pression cinétique, qui ressemble à l'expression de la pression établie dans le cadre de la théorie cinétique). La pression moléculaire est proportionnelle à N^2 i.e. à $\frac{N(N-1)}{2}$, i.e. le nombre de paires de molécules. Ceci laisse entrevoir qu'il s'agit bien d'une interaction entre les molécules. Cette pression est négative, elle diminue donc la pression sur la paroi, ce qui est bien intuitivement l'effet des interactions attractives entre molécules.

Il est possible de calculer l'énergie interne d'un gaz de Van der Waals. Mais cela n'est pas vraiment dans l'esprit de votre concours. Cette dernière section doit être prise comme un élargissement des connaissances, une ouverture pour votre culture... Bref, il n'est pas nécessaire de connaître l'équation de Van der Walls. Si, dans un exercice, il est question du gaz de Van der Waals, tous les résultats doivent être rappelés. De plus, le modèle du Gaz Parfait est suffisant dans 99% des applications, donc pas de soucis.

Chapitre 8

Exercices.

8.1 Premier et second principe.

8.1.1 Se familiariser avec les diverses transformations. D'après EPNER.

0.1 mole gaz parfait diatomique est enfermée dans un piston, qui possède une paroi mobile de masse négligeable, initialement au contact de l'atmosphère à la température de $T_0 = 290K$ et à la pression $P_0 = 100.000Pa$.

1. Donner la capacité calorifique à volume constant ainsi que la capacité calorifique à pression constante. Définir γ.
2. Calculer le volume V_0 en litre de l'enceinte initiale.
3. Partant de l'état initial, on suppose dans un premier temps le piston non calorifugé et un opérateur déplace lentement le piston pour l'amener au volume $V_1 = \frac{V_0}{4}$. Donner T_1 et P_1. Calculer alors W_1 et Q_1. La transformation est-elle réversible ?
4. Partant toujours de l'état initial, on suppose maintenant le piston calorifugé, et un opérateur déplace lentement le piston pour l'amener au volume $V_2 = \frac{V_0}{4}$. Donner T_2 et P_2. Calculer alors W_2 et Q_2. La transformation est-elle réversible ?
5. Partant toujours de l'état initial, on suppose le piston aux parois diathermes, et celui ci est placé dans un thermostat de température $T_C = 390K$. Donner T_3 et P_3. Calculer alors W_3 et Q_3. La transformation est-elle réversible ?
6. Partant toujours de l'état initial, on suppose toujours le piston aux parois diathermes, mais la paroi mobile est bloquée et celui ci est placé à nouveau dans un thermostat de température $T_C = 390K$. Donner T_4 et P_4. Calculer alors W_4 et Q_4. La transformation est-elle réversible ?

8.1.2 Suite de transformation. Concours EPNER

L'air ($\gamma = 1{,}41$, constante des gaz parfait $R = 8{,}32 J.K^{-1}$) est comprimé de façon isotherme de la pression $p_0 = 1atm$ (état A) à la pression $p_1 = 20atm$ (état B) à la température $T_0 = 273K$. Le gaz est ensuite détendu adiabatiquement de façon réversible jusqu'à la pression $p_0 = 1atm$ (état C).

1. Donner l'unité de R dans le système international.
2. Calculer la température finale T_1 après cette double opération $A \to B \to C$.
3. On recommence la succession des deux opérations précédentes partant du gaz à la température T_1. Calculer la température T_2.
4. Trouver la formule générale de la température T_n du gaz, atteinte à la fin de la doubles opérations successives décrites précédemment.
5. Déterminer la variation d'énergie interne d'une mole de gaz, au cours de la n^{ieme} double transformation en fonction de γ, T_0, p_0, p_1 et n, ainsi que le travail et la chaleur échangés avec le milieu extérieur.
6. Application numérique de n=4 à n=5.

QUESTION N° 4 (4,5 points)

1°- (0,5 pt) On comprime de façon isotherme, un gaz parfait diatomique (γ = 1,41, constante des gaz parfaits R = 8,37 J.°K^{-1}), de la pression p_0 = 1 atm à la pression p_1 = 20 atm à la température T_0 = 273 K. Le gaz est ensuite détendu adiabatiquement de façon réversible jusqu'à la pression p_0 = 1 atm. Calculer la température finale T_1, après cette double opération.

2°- (1 pt) – a) On recommence les deux opérations précédentes à la température constante T_1. Calculer la nouvelle température finale T_2 du gaz.

b) Trouver la formule générale de la température T_n du gaz, atteinte à la fin de n doubles opérations successives décrites précédemment.

Application numérique : n = 4 et n = 5.

3°- (3 pts) Déterminer la variation d'énergie interne d'une mole de gaz, au cours de la nième double transformation (en fonction de γ, T_0, p_0, p_1 et n), ainsi que le travail et la chaleur échangés avec le milieu extérieur.

Application numérique : n = 5.

FIGURE 8.1 – Enoncé EPNER 1

8.1.3 Un problème de piston. Concours EPNER.

Un cylindre C de section S=10 cm^2 contient de l'air sec, à la température $T = 7°C$. Il est fermé par un piston mobile, sans frottement, de masse $M = 5$ kg, au contact de l'atmosphère à la pression $p_0 = 10^5 Pa$. L'air occupe une hauteur $h = 35cm$. On place sur le piston une surcharge $m = 0{,}3kg$. ($\gamma = 1{,}4$, $g = 10m.s^{-2}$)

1. Calculer la pression avant que la surcharge ne soit posée sur le piston.
2. Calculer le déplacement immédiat du piston.
3. Calculer la variation de température de l'air.
4. Déterminer la position finale du piston lorsque l'équilibre thermique avec l'extérieur est rétabli.

QUESTION N° 4 : 3 points

Un cylindre C de section S = 10 cm^2 contient de l'air sec assimilé à un gaz parfait à la température t = 7°C. Il est fermé par un piston mobile, sans frottement, de masse M = 5 kg. L'air occupe une hauteur h = 35 cm.

On place sur le piston une surcharge m = 0,3 kg.

1°/-Calculer le déplacement immédiat du piston (1 point).

2°/-Calculer la variation de température de l'air (1 point)

3°/-Déterminer la position finale du piston lorsque l'équilibre thermique avec l'extérieur est rétabli (température 7°C) (1 point)

Application numérique :

pression atmosphérique : Pa ≃ 10^5 $N.m^{-2}$ g = 10 $m.s^{-2}$

rapport des chaleurs spécifiques : $\gamma = 1{,}4$

FIGURE 8.2 – Enoncé EPNER 2

8.1.4 Un problème de robinet.

QUESTION N° 7 - 3,5 points

Un récipient de volume V, muni d'un robinet, contient de l'air assimilé à un gaz parfait à la température T_o et à la pression $P_o(1-y)$. Le milieu extérieur est à T_o et P_o. On entrouvre le robinet et l'air extérieur pénètre lentement.

1° cas : on considère que les parois sont diathermanes (permettent les échanges de chaleur). Calculer le travail et la chaleur fournis par le milieu extérieur. (1,5 point)

2° cas : on considère que les parois sont adiabatiques. Déterminer la température finale dans le récipient. Calculer le travail et la chaleur fournis par le milieu extérieur. (2 points)

FIGURE 8.3 – Enoncé EPNER 3

Indication : il faut d'abord se ramener à un système fermé pour faire de la thermodynamique.

8.1.5 Mesurer une capacité calorifique. Concours EPNER

Considérons un calorimètre (un récipient calorifugé). Il contient $m_1 = 1$kg l'eau liquide de capacité calorifique $c = 4{,}18kJ.kg^{-1}K^{-1}$ à la température $T_1 = 20^{\circ}C$. On y ajoute une masse $m_2 = 500$g d'eau à $T_2 = 70^{\circ}C$.

1. Calculer la température finale.
2. En réalité, la température finale obtenue est de 5° inférieure à celle attendue. Calculer la capacité calorifique du calorimètre.
3. Dans le liquide est alors plongée une résistance $R = 1k\Omega$. Cette résistance est parcourue par un courant $i = 100mA$ pendant 10mn. Quelle est la température finale atteinte, en supposant le calorimètre parfait (question a), puis en tenant compte de sa capacité calorifique (question b).

8.1.6 Réversibilité et retour à l'état d'équilibre. Concours EPNER.

Dans tout ce qui suit, on étudie différentes transformations d'un gaz parfait.
On notera R la constante des gaz parfaits $R = 8{,}32 J.K^{-1}.mol^{-1}$.

1. Compression isochore AB par contact thermique.
   On enferme le gaz dans une enceinte diathermane, indéformable, de capacité calorifique négligeable.
   L'état initial du gaz est A : ($P_1 = 10^4 Pa$, $V_1 = 20l$, $T_1 = 300K$).
   L'enceinte et donc le gaz est au contact thermique avec le milieu extérieur de température constante égale à $T_2 = 600K$, milieu constituant une source de chaleur de température constante ou thermostat.
   a. Calculer l'état final B (P_2, V_2, T_2).
   b. Faire un bilan d'entropie ?

2. Détente isotherme BC à la température T_2.
   On enferme le gaz dans une enceinte diathermane dont une paroi horizontale de masse négligeable est mobile verticalement, sans frottement notable. L'espace au dessus de la paroi mobile est vide.
   La température du milieu extérieur est $T_2 = 600K$ et un dispositif permet de déplacer lentement la paroi. Initialement, la paroi est bloquée. Elle impose le volume V_2 dans l'état B.
   On débloque la paroi et on la déplace lentement jusqu'à une position pour laquelle l'état du gaz est C (P_3, V_3, T_3) tel que $V_3 = 2.V_2$ et on la bloque à nouveau.
   a. Calculer P_3 et T_3.
   b. Faire un bilan d'entropie.

3. Compression isobare CA. On enferme le gaz dans une enceinte diathermane dont une paroi horizontale de masse négligeable est mobile verticalement, sans frottement notable. L'espace au dessus de la paroi mobile est vide. La pression est assurée dès lors par un corps de masse $m = 100kg$ placé sur la paroi mobile horizontale mobile dont la surface est $S = 0{,}1m^2$. (g=$10m.s^{-2}$). La température ambiante est constante et égale à $T_1 = 300K$.
   Initialement, la paroi impose au gaz le volume V_3 dans l'état C (P_3, V_3, T_3) état défini dans le 3. On débloque la paroi qui se déplace lentement et atteint une position d'équilibre, du fait du refroidissement du gaz dont la température passe de $T_3 = 600K$ à $T_1 = 300K$.
   a. Montrer que l'état final est alors l'état A.
   b. Faire un bilan d'entropie.

4. Représenter les diverses transformations sur un diagramme de Clapeyron.
   Calculer W_{tot}, Q_{tot}, calculer le rendement du moteur (en justifiant qu'il s'agit bien d'un moteur).
   Ce moteur est il réversible ?

QUESTION N° 4 (7 points) Étude de transformations d'un gaz parfait

Dans tout ce qui suit, on étudie différentes transformations de n moles d'un gaz parfait dont l'état d'équilibre sera noté (P, V, T).

On notera R la constante des gaz parfaits dont la valeur sera prise par la suite égale à :
$R = 8{,}32\,J\,.\,K^{-1}\,.\,mol^{-1}$

1°- (1 point)Compression isochore (par apport d'énergie électrique).

On enferme le gaz dans une enceinte adiabatique (ou athermane, c'est à dire ne permettant pas les échanges thermiques), indéformable et de capacité thermique ou calorifique négligeable (fig. 1).

L'état initial du gaz est A :

$$(P_1 = 1{,}0 \times 10^4\ Pa\ ;\quad V_1 = 2{,}0 \times 10^{-2}\ m^3\ ;\quad T_1 = 300\ K).$$

On a placé dans l'enceinte un conducteur électrique, de résistance $r = 10\ \Omega$, alimenté par un générateur de tension parfait de force électromotrice $E = 10\ V$ fonctionnant pendant la durée $\tau = 50\ s$.

On constate alors, à l'aide d'un capteur, une évaluation de température du gaz $\Delta T_1 = 300\ K$.

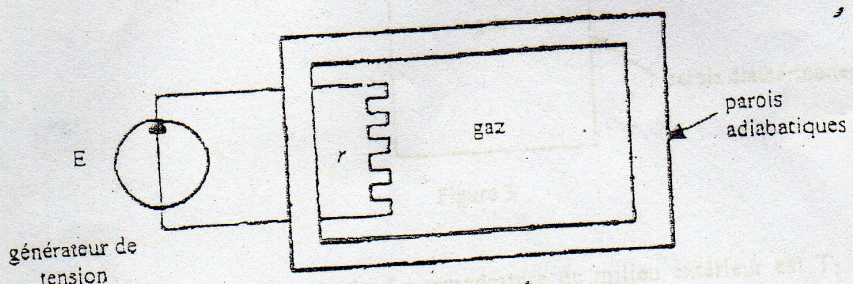


Figure 1

Calculer le nombre n de moles de gaz.
Déterminer l'état final B (P_2, V_2, T_2) du gaz.

Calculer la valeur de l'énergie électrique W_e reçue par le gaz ; en déduire, en appliquant le premier principe, la variation de l'énergie interne ΔU_1 correspondante.

On constate, en répétant l'expérience, que l'élévation de température ΔT est proportionnelle à la durée τ de fonctionnement du générateur.

Définir et calculer la capacité calorifique C à volume constant du gaz.

2°- (1 point) Compression isochore AB (par contact thermique).

On enferme le gaz dans une enceinte diathermane (c'est-à-dire permettant les échanges thermiques), indéformable, de capacité thermique négligeable (fig.2), le gaz étant dans l'état A évoqué précédemment.

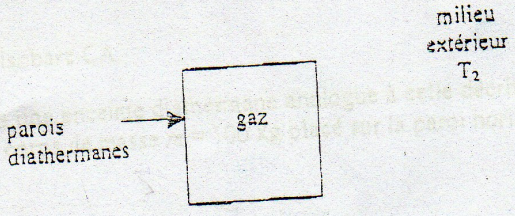


Figure 2

FIGURE 8.4 – Enoncé EPNER 4

L'enceinte, et donc le gaz, est en contact thermique avec le milieu extérieur de température constante égale à $T_2 = 600$ K, milieu constituant une source de chaleur de température constante ou thermostat. L'état initial est l'état A (défini au 1°).

Montrer que l'état final est à nouveau l'état B (défini au 1°).

D'où provient l'énergie calorique ou thermique Q_1 reçue par le gaz ? Quelle est sa valeur ?

3°- (2,5 points) Détente isotherme BC (à la température T_2).

On enferme le gaz dans une enceinte diathermane dont une paroi horizontale, de masse négligeable, est mobile verticalement, sans frottement notable (fig. 3).

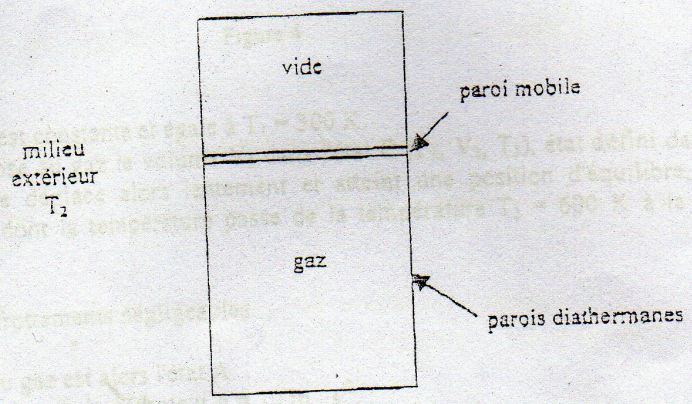


Figure 3

L'espace au-dessus de la paroi est vide. La température du milieu extérieur est $T_2 = 600$ K, et un dispositif, non représenté sur la figure 3, permet de déplacer lentement la paroi.

Initialement la paroi est bloquée ; elle impose le volume V_2 au gaz dans l'état B (P_2, V_2, T_2).

On débloque la paroi et on la déplace lentement jusqu'à une position pour laquelle l'état du gaz est C (P_3, V_3, T_3) tel que V_3 ait une valeur double de V_2, et on la bloque à nouveau.

Quelles sont les valeurs de T_3 et P_3 ?
Montrer que l'énergie mécanique W_2 reçue par le gaz au cours de la transformation a pour expression :

$$W_2 = -n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln 2$$ (ln désigne le logarithme népérien).

Calculer alors la valeur de W_2.

Quelle est la variation d'énergie interne ΔU_2 du gaz ?
En déduire la valeur de l'énergie calorifique reçue par le gaz.

4°- (2,5 points) Compression isobare CA.

On enferme le gaz dans une enceinte diathermane analogue à celle décrite dans le 3°, la pression étant assurée dès lors par un corps de masse $m = 100$ kg placé sur la paroi horizontale mobile dont la surface est $S = 0{,}10$ m^2 (fig. 4).

FIGURE 8.5 – Enoncé EPNER 4 (Suite)

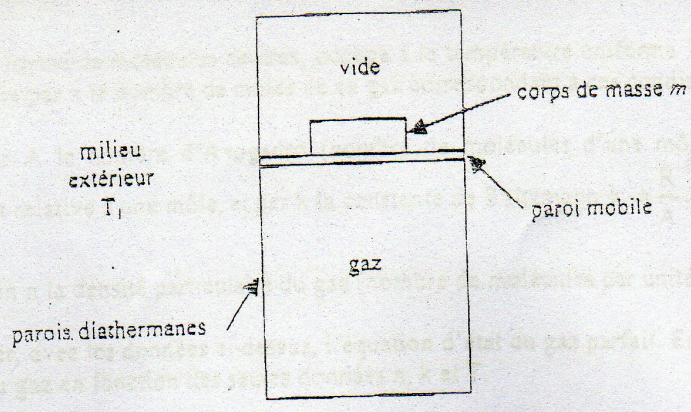


Figure 4

La température ambiante est constante et égale à $T_1 = 300$ K.
Initialement la paroi impose au gaz le volume V_3 dans l'état C (P_3, V_3, T_3), état défini dans le 3°. On débloque la paroi qui se déplace alors lentement et atteint une position d'équilibre, du fait du refroidissement du gaz dont la température passe de la température $T_3 = 600$ K à la température ambiante $T_1 = 300$ K.

On suppose toujours les frottements négligeables.

Montrer que l'état final du gaz est alors l'état A. .
On prendra pour accélération de la pesanteur $g = 10$ m . s^{-2}.

Calculer pour cette transformation :

α. L'énergie W_3 reçue par le gaz ;
β. La variation ΔU_3 de l'énergie interne du gaz ;
γ. L'énergie calorifique Q_3 reçue par le gaz.

FIGURE 8.6 – Enoncé EPNER 4 (Fin)

8.1.7 Un problème de piston. Concours EPNER.

Un cylindre C diatherme, de section S=10 cm^2 contient de l'air sec. Il est fermé par un piston mobile, sans frottement, de masse négligeable, au contact de l'atmosphère à la pression $p_0 = 10^5 Pa$ et à la température $T_0 = 300K$. On place sur le piston une surcharge $m = 10kg$. On prendra $\gamma = 1{,}4$, $g = 10m.s^{-2}$)

1. Quel modèle adopteriez vous pour l'air. Est ce cohérent avec les données de l'énoncé ?
2. Quelques instants après la chute de la surcharge, le piston se stabilise dans une position d'équilibre.
   a. Donner les caractéristiques de l'état B ainsi obtenu. Calculer $W_{A\to B}$ ainsi que $Q_{A\to B}$. Commenter leur signe.
   b. La transformation est elle réversible ? Commenter.
3. Après quelques heures, le piston s'est déplacé.
   a. Déterminer les caractéristiques de l'état C ainsi obtenu. Calculer $W_{B\to C}$ ainsi que $Q_{B\to C}$. Commenter leur signe.
   b. Cette seconde transformation est elle réversible ? Commenter.
4. Un opérateur extérieur se saisit alors de la masse placée sur le piston et la retire très lentement, de manière à ce que les échanges thermiques se fassent. a. Donner les caractéristiques de l'état D obtenu lorsque la masse a été complètement retiré et que l'équilibre est donc atteint. Calculer $W_{C\to D}$ ainsi que $Q_{C\to D}$. Commenter leur signe.
   b. Cette transformation est elle réversible ? Commenter.
5. Faire le bilan des trois transformations. Calculer ΔU_{tot}, W_{tot}, Q_{tot}, ΔS_{tot}, $S_{echange\ tot}$, $S_{creee\ tot}$.

8.1.8 Etude de diverses transformations.

Une mole de gaz parfait de capacité calorifique à volume constant $C_{V\ m} = \frac{5R}{2}$ est contenu dans un cylindre vertical calorifugé comportant un piston mobile lui aussi calorifugé de section $S = 0{,}01m^2$, de masse négligeable, au contact de l'atmosphère $p_0 = 10^5 Pa$, contenant une mole de gaz parfait à la température initiale $T_0 = 300K$. Le champ de pesanteur est $g = 9,81m.s^{-2}$, $R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

1. Justifier que la pression dans l'état initial est P_0.
2. Dans un premier temps, on pose brusquement la masse $M = 102kg$ sur la partie mobile du piston. Etudier l'état d'équilibre (1) ainsi obtenu (T_1, P_1, V_1). Calculer W_1 et Q_1. La transformation est elle réversible ?
3. Partant de l'état (1), on souhaite ramener le système dans son état initial. On supprime la surcharge et un opérateur déplace lentement le piston jusqu'à ce que $V_2 = V_0$. Etudier l'état d'équilibre (2) ainsi obtenu (T_2, P_2, V_2). Calculer W_2 et Q_2. La transformation est elle réversible ?
4. Partant de l'état (2), toujours pour ramener le système dans son état initial, on bloque le piston et on supprime donc les éléments qui calorifugeaient le système, qui se retrouve au contact de l'atmosphère à la température $T_0 = 300K$. Etudier l'état d'équilibre (3) ainsi obtenu (T_3, P_3, V_3). Calculer W_3 et Q_3. La transformation est elle réversible ?
5. Calculer W_{tot}, Q_{tot}, s'agit-il d'un moteur ? Cette machine est elle réversible ?

`Réponse: 1.GPM 2.` $T_1 = \frac{9}{7}T_0 = 386K$`,` $P_1 = 2bar$`,` $V_2 = 1{,}6.10^{-2}m^3$ `(avec` $V_0 = 2{,}49.10^{-2}m^3$`)` $S_{creee\ 0\to1} = 1{,}57J.K^{-1}.mol^{-1}$ `3.` $T_2 = (\frac{V_1}{V_2})^{2/5}T_1 = 323K$`,` $P_2 = 1{,}078bar$ `4.` $0 \equiv 3$ $\Delta S_{2\to3} = -1{,}57J.K^{-1}.mol^{-1}$ $S_{creee\ 2\to3} = 0{,}02J.K^{-1}.mol^{-1}$ `5. Sens non trigo: moteur`

8.1.9 Influence du chemin suivi.

Une mole de dioxygène, assimilé à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$, passe d'un volume $V_1 = 10$ L à la température $t_1 = 25\,^{\circ}$C à un volume $V_2 = 20$ L à la température $t_2 = 100\,^{\circ}$C.

1. Calculer la capacité thermique à volume constant $c_{v\,\mathrm{mol}}$ du dioxygène. *Donnée* : $R = 8,31$ J.k^{-1}.mol^{-1}.

2. La détente s'effectue par un chauffage isochore suivi d'une détente isotherme.

2.a. Représenter le chemin suivi dans le diagramme de Clapeyron.

2.b. Calculer le transfert thermique Q et le travail W échangés par le gaz avec l'extérieur.

3. La détente s'effectue maintenant par une détente isotherme suivie d'un chauffage isochore.

3.a. Représenter le chemin suivi dans le diagramme de Clapeyron.

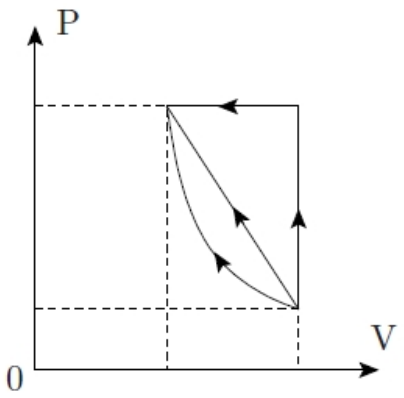
3.b. Calculer le transfert thermique Q$'$ et le travail W$'$ échangés par le gaz avec l'extérieur.

4. Que remarque-t-on concernant les sommes W + Q et W$'$ + Q$'$? Interpréter.

8.1.10 Influence du chemin suivi, diagramme de Clapeyron.

On souhaite comprimer une mole d'un gaz parfait diatomique, initialement dans les conditions $P_0 = 1$ bar et $t_0 = 20\,^\circ$C, de manière à réduire son volume d'un facteur deux. On envisage pour cela différentes méthodes :

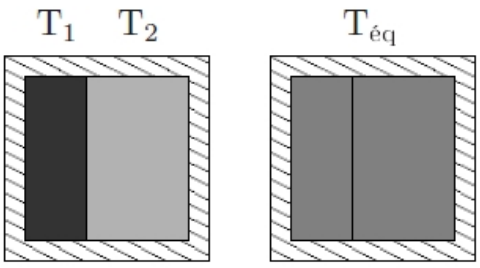
- méthode n° 1 : une compression isotherme quasistatique ;
- méthode n° 2 : un chauffage isochore suivi d'un refroidissement isobare quasistatique ;
- méthode n° 3 : un mode de transformation représenté dans le diagramme de CLAPEYRON par un segment de droite.



Pour chacune des méthodes, exprimer puis calculer le travail W et le transfert thermique Q échangés par le gaz.

8.1.11 Bilan sur des phases condensées.

Deux solides $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$, de capacités thermiques respectives C_1 et C_2, sont initialement aux températures uniformes respectives T_1 et T_2. Ils sont mis en contact dans un calorimètre de capacité thermique négligeable par rapport aux capacités thermiques des solides.



1. Déterminer la température d'équilibre $T_{éq}$ du système constitué par le calorimètre et les deux solides.
2. Exprimer la variation d'entropie ΔS de ce même système.
3. Déterminer le signe de ΔS dans le cas particulier où $C_1 = C_2 = C$. Commenter.

8.1.12 Freinage.

Une automobile de masse $\mathrm{M} = 836$ kg roulant à la vitesse $v = 72$ km.h^{-1} s'arrête brusquement à l'aide de ses quatre freins à disques.

En assimilant ces derniers à des cylindres de rayon $r = 10$ cm et d'épaisseur $h = 1$ cm, de masse volumique $\mu = 8$ g.cm^{-3} et de capacité thermique massique $c = 0,42$ J.g^{-1}.K^{-1}, calculer leur élévation de température $\Delta\theta$, en supposant que toute la chaleur est absorbée par les disques.

8.1.13 Calorimétrie.

Un calorimètre et ses accessoires (agitateur, thermomètre...) possède une capacité calorifique C. *Donnée* : $c_{\text{eau}} = 4,18$ J.g^{-1}.K^{-1}.

1. Le calorimètre contenant une masse d'eau M = 95 g d'eau à la température $t_1 = 20,0$ °C, on lui ajoute une masse $m = 71$ g d'eau à la température $t_2 = 50,0$ °C. Après quelques instants, la température d'équilibre observée est $t_f = 31,3$ °C.

En déduire la valeur de la capacité thermique C du calorimètre. Calculer la masse en eau μ équivalente au calorimètre.

2. Le même calorimètre contient maintenant M$'$ = 100 g d'eau à $t'_1 = 15$ °C. On y plonge un échantillon métallique de masse $m' = 25$ g qui sort d'une étuve à $t'_2 = 95$ °C. La température d'équilibre est $t'_f = 16,7$ °C.

Calculer la capacité calorifique massique moyenne c du métal dans ce domaine de température.

8.1.14 Chauffage d'un batiment avec perte de chaleur.

Un bâtiment, de capacité thermique $C = 7,6\,.\,10^7$ J.K^{-1}, est chauffé à la température uniforme $T_1 = 293$ K par un chauffage central de puissance $\mathcal{P} = 210$ kW constante, la température extérieure étant égale à $T_0 = 263$ K. On suppose que la quantité de chaleur δQ perdue par le bâtiment de température T pendant la durée dt s'écrit

$$\delta Q = a\,C\,(T - T_0)\,dt \quad \text{où} \quad a = 7,9\,.\,10^{-5}\ s^{-1}$$

1. À la date $t = 0$, le chauffage est arrêté. En raisonnant sur un intervalle de temps dt, établir l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$.

2. En déduire la température T_2 du bâtiment au bout d'une durée $\Delta t = 3$ heures.

La température du bâtiment étant T_2, on remet le chauffage en marche, à une nouvelle date $t = 0$.

3. Exprimer puis calculer la température T_∞ théoriquement atteinte au bout d'une durée « très grande ».

4. Calculer la durée $\Delta t'$ au bout de laquelle le bâtiment aura retrouvé sa température initiale T_1.

8.2 Machines thermiques.

8.2.1 Cycle d'Otto. Concours EPNER (Deux exercices).

Un moteur à explosion fonctionne sur le cycle d'Otto, ou Beau de Rochas modélisé ici par :
- Admission d'un volume V_1 du mélange air-essence, à $P_1 = P_0$ et $T_1 = 350\ K$.
- Compression isentropique jusqu'à l'état (P_2, T_2, V_2).
- Explosion (et donc compression) du mélange qui se retrouve dans l'état $(P_2', T_2' = 2185K, V_2' = V_2)$.
- Détente isentropique jusqu'à l'état $(P_3, T_3, V_3 = V_1)$.
- Ouverture de la soupape d'échappement, le mélange revient à l'état 1 avant d'être rejeté dans l'atmosphère. Le gaz subit d'abord une détente isochore avant d'être relâché dans l'atmosphère.

On suppose aussi que le fluide est invariant (la transformation chimique n'affecte pas ces propriétés) et bien décrit par un gaz parfait avec $\gamma = 1{,}35$.
Données :
$V_1 - V_2 = 1124\ cm^3$
$\alpha = \frac{V_1}{V_2} = 9{,}4$
masse volumique de l'essence $\mu = 720\ kg.m^{-3}$.
pouvoir thermique de l'essence $K = 48\ kJ.g^{-1}$.
consommation au 100 km $c = 5{,}9$ L à $V = 120\ km.h^{-1}$ ($N_{tours} = 5600\ tr/mn$).

1. Tracer le cycle sur un diagramme de Clapeyron. Faire un premier bilan sur chacune des transformations.
2. Calculer le rendement du moteur η en fonction de T_1, T_2, T_2' et T_3, puis en fonction de α et γ.
3. Calculer toutes les températures et les pressions en étudiant chacune des transformations.
4. Calculer le rendement du moteur, le rendement de Carnot, commenter.
5. Pourquoi parle-t-on de moteur quatre temps ? Quel est l'intérêt d'avoir 8 cylindres ?
6. Déterminer la puissance du moteur P en fonction de $c,\ V,\ K,\ \mu,\ \eta$ (Deuxième exercice).

QUESTION N° 6 : 2 points

Un moteur d'automobile comporte 4 cylindres identiques fonctionnant selon un cycle à 4 temps.

En régime permanent, la puissance développée au niveau des pistons est de 40 kW;

Le rendement thermique du moteur est Rt = 0,35. Déterminer en kilocalories par seconde la quantité de chaleur Q_1 fournie par la combustion de l'essence et la quantité de chaleur Q_2 évacuée par le système de refroidissement. L'essence utilisée ayant un pouvoir calorifique de 11 500 kilocalories par kilogramme et sa densité étant de 0,72, trouver la consommation du moteur en litres à l'heure.

On rappelle que 1 Cal = 4,18 Joules.

FIGURE 8.7 – Enoncé EPNER 5

8.2.2 Une machine thermique simple. Concours EPNER.

Un gramme d'air, considéré comme parfait, de masse molaire $M = 29$ g/mol, est soumis à un cycle composé d'une isotherme AB, d'une évolution isochore BC, et enfin d'une adiabatique CA. L'isochore s'effectue au contact d'une source de chaleur à T_0.
$\gamma = 1{,}4$, $T_A = T_B = T_1 = 300$ K, $T_C = T_0 = 155$ K.

1. Le cycle est décrit dans le sens moteur.
   Dessinez le cycle sur un diagramme de Clapeyron.
   Déterminez les échanges énergétiques avec l'extérieur. Calculez W_{tot}.
   Faites un bilan entropique ?
2. Le cycle est maintenant décrit dans le sens inverse.
   Quelle(s) machine(s) thermiques réalise-t-on en décrivant le cycle dans ce sens.

8.2.3 Variation infinitésimale. Concours EPNER.

Pour étudier les échanges de chaleur avec le milieu extérieur et un réfrigérateur, on débranche le moteur, la température intérieure étant $T_2 = 268K$. Au bout de 6 heures, cette température est de $T' = 273K$. On admet que pendant un intervalle de temps infinitésimal dt compris entre t et t+dt, la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur est donnée par $\delta Q = -aC(T(t) - T_1)dt$ où T_1 désigne la température extérieure constante de 298K, T(t) la température dans le réfrigérateur à l'instant t, C la capacité calorifique du réfrigérateur et a une constante.

1. Commenter le signe de δQ
2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$.
3. En déduire $T(t)$.
4. Donner la dimension de la constante a. Calculer sa valeur.
5. On définit le coefficient d'efficacité e du réfrigérateur comme le rapport de la quantité de chaleur enlevée au frigo et le travail dépensée. calculer, en fonction de a, C, e, T_1 et T_2 la puissance minimale à fournir pour maintenir la température constante $T_2 = 268K$ dans le frigo. A.N. pour e=3 et C=$2.10^5 J.K^{-1}$

QUESTION N° 2 (3 points)

1°- (1 point) Pour étudier les échanges de chaleur entre le milieu extérieur et un réfrigérateur, on débranche le moteur, la température intérieure étant $T_2 = 268$ K. Au bout de 6 heures, cette température est $T' = 273$ K.

On admet que pendant un intervalle de temps $(t, t + dt)$, la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur est donnée par :

$$\delta Q = - a C (T - T_1) dt$$

T1 est la température extérieure constante = 298 K ;
T est la température dans le réfrigérateur à l'instant t ;
C est la capacité calorifique du réfrigérateur ;
a est une constante.

a. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T.
En déduire la relation entre la température T et le temps *t*.
b. Quelle est la dimension de la constante a ?
Calculer la valeur numérique de cette constante.

2°- (2 points) On définit le "coefficient d'efficacité" *e* d'un réfrigérateur comme le rapport de la quantité de chaleur enlevée à la source froide au travail dépensé pour obtenir ce résultat.

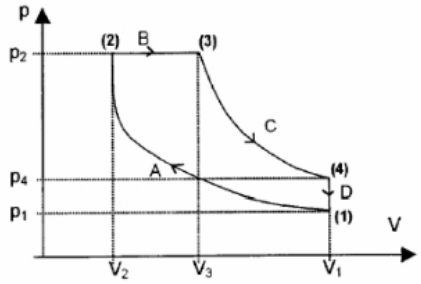
Calculer, en fonction de a, C, *e*, T_1 et T_2 la puissance minimale à fournir pour maintenir la température constante $T_2 = 268$ K dans le réfrigérateur.

Application numérique : $e = 3$; $C = 2 \times 10^5$ J . K^{-1}.

FIGURE 8.8 – Enoncé EPNER 6

8.2.4 Cycle Diesel. Concours EPNER

On considère le cycle Diesel simplifié suivant



On suppose que le gaz parfait qui parcourt ce cycle est de l'air (malgré la combustion du gazole). Ce cycle est tracé pour une mole d'air. Les transformations successives supposées réversibles sont

A : Compression adiabatique

Etat (1) V_1, $T_1 = 320$ K, $p_1 = 1{,}0$ bar → *Etat (2)* $V_2 = \frac{V_1}{16}$, $T_2 = 970$ K, p_2

B : Combustion et augmentation de température isobare

Etat (2) → *Etat (3)* $V_3 = 2{,}91.V_2$, T_3, $p_3 = p_2$

C : Détente adiabatique

Etat (3) → *Etat (4)* $V_4 = V_1$, $T_4 = 1425$ K, $p_4 = 4{,}5$ bars

D : Refroidissement isochore.

Données

- Transformations adiabatiques => $p.V^{\gamma} = \text{Cste}$ et $T.V^{\gamma-1} = \text{Cste}$ avec $\gamma = 1{,}4$.
- Capacité thermique molaire à volume constant $C_v = 20{,}8$ J·K^{-1}·mol^{-1}. Capacité thermique molaire à pression constante $C_p = \gamma.C_v$.
- La chaleur reçue lors de la combustion du gazole par une mole d'air est $Q_B = 54$ kJ·mol^{-1}

1. Calculer la pression p_2.
2. Exprimer la chaleur QB échangée au cours de la transformation isobare B en fonction de T_2 ,T_3 , γ. et la capacité thermique molaire à volume constant C_v.
3. Montrer que la température T_3 est égale à 2820 K environ.
4. Lors des transformations A et C, quelles sont les valeurs des chaleurs Q_A et Q_C reçues par une mole d'air ?
5. Pour la transformation D, calculer la chaleur reçue Q_D par une mole d'air.
6. Appliquer le premier principe de la thermodynamique à ce cycle Diesel simplifié. On appellera W_{cycle} le travail reçu par une mole d'air au cours de ce cycle.
7. Que vaut la variation d'énergie interne d'une mole d'air au cours d'un cycle ?
8. Déduire des deux questions précédentes la valeur du travail W_{cycle} et le coefficient de performance $\rho = \left|\frac{W_{cycle}}{Q_B}\right|$

8.2.5 Un climatiseur parfait et une pseudo source.

Un climatiseur est une machine ditherme. Une des sources est l'air extérieur à $T_{air} = 298$ K, l'autre la pièce à refroidir, initialement à T_{air} et que l'on souhaite à $T_F = 293$ K. On suppose le cycle réversible.

1. Déterminer le travail électrique nécessaire au bon fonctionnement de la machine sachant que la capacité thermique de la pièce est $c = 5.10^3$ kJ.K^{-1}.
2. Estimer le temps nécessaire à la mise à température de la pièce pour un appareil de puissance 250 W.
3. Ce temps est-il sous évalué ou sur évalué ?
4. Que pouvez-vous dire si les cycles ne sont pas réversibles.

8.2.6 Cycle de Joule.

Une mole de gaz parfait décrit une suite cyclique (A → B → C → D) de transformations constituée de deux adiabatiques réversibles (A → B) et (C → D), et de deux isobares (B → C) et (D → A).

Données : $\gamma = 1,4$, A($P_0 = 1$ bar, $T_0 = 280$ K), B($P_1 = 10$ bar, T_1), C($P_1, T_2 = 1\,000$ K), D(P_0, T_3).

On note $a = P_1/P_0$ le rapport de compression.

1. En considérant les transformations adiabatiques, exprimer les températures T_1 et T_3 en fonction de a, T_0 et T_2. Les calculer.

2. Représenter le cycle suivi dans le diagramme de Clapeyron. Quelle est la nature de la machine thermique envisagée ?

3. Exprimer le rendement η de cette machine en fonction des températures du cycle, puis en fonction uniquement de a et de γ. Le calculer.

4. En considérant qu'il s'agit d'une machine ditherme, quel serait le rendement η_C du moteur de Carnot qui fonctionnerait entre les mêmes sources chaude et froide ?

8.3 Changement d'état.

8.3.1 Chaleur fournie lors du changement d'état. Concours EPNER.

1kg d'eau liquide, à la température $T_0 = 300K$ est mise dans un piston mobile, sans frottement et de masse négligeable au contact de l'atmosphère de pression $P_e = 10^5$Pa. Ce piston aux parois diathermes est placée au contact d'un flamme qui se comporte comme un thermostat à la température de T_e =400K.

1. Justifier que l'eau soit initialement dans l'état liquide.
2. Quel est l'état final de l'eau ?
3. Justifier l'utilisation de l'enthalpie pour étudier la transformation.
4. Calculer la chaleur reçue par le système.
5. Cette transformation est elle réversible ?
6. Un opérateur extérieur arrête la flamme alors que 10% de la masse d'eau est passée sous forme vapeur. Calculer la chaleur reçue par le système jusqu'à ce que l'opérateur arrête la flamme.

Données :
$C_{eau\ (l)} = 4{,}18kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, l'eau vapeur sera assimilé à un gaz parfait de capacité calorifique $Cv = \frac{5}{2}nR$. La chaleur latente de vaporisation de l'eau est $l_V = 2300kJ.kg^{-1}$.

8.3.2 Détermination de l'état final. Concours EPNER.

Un récipient à parois rigides adiabatiques contient une masse $M_0 = 1kg$ de glace à la température $T_0 = 273^\circ K$ sous la pression atmosphérique normale.
On verse dans ce récipient une masse M d'eau liquide à la température $T = 278^\circ K$.
$C_{eau} = 4{,}18kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, et la chaleur latente de fusion de la glace est $L = 334kJ.kg^{-1}$.

1. Discuter qualitativement les différentes situations finales possibles, en fonction d'une valeur particulière M_1 que l'on calculera.
2. Si M=20 Kg, calculer l'état final.
3. Si M=1kg, calculer l'état final.

QUESTION N° 6 (2,5 points)

Un récipient à parois rigides adiabatiques contient une masse M_0 de glace à la température $T_0 = 273°K$, sous la pression atmosphérique normale.

On verse dans ce récipient une masse M d'eau liquide à la température $T = 278°K$.

La chaleur massique de l'eau est $C = 4{,}18\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, et la chaleur latente de fusion de la glace est $L = 334\ kJ.kg^{-1}$.

1°- (2 points) Discuter les différentes situations finales possibles, en fonction d'une valeur particulière M_1 de M, que l'on déterminera. Application numérique : calculer M_1 pour les conditions ci-dessus.

2°- (0,5 point) Quelle est la température finale T_2 de l'ensemble pour M = 20 kg ?

FIGURE 8.9 – Enoncé EPNER 7

8.3.3 Fusion de la glace.

Une masse $\mathrm{M_S} = 1,00\ \mathrm{kg}$ de glace, initialement à la température $t_1 = -20\ ^\circ\mathrm{C}$, est placée au contact d'un thermostat de température $t_0 = 0\ ^\circ\mathrm{C}$. En fin de transformation, la masse $\mathrm{M_S}$ est entièrement liquide.

Données : $\ell_\mathrm{f}(\mathrm{P_0} = 1\ \mathrm{bar}, t_0) = 334\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$ chaleur latente massique de fusion de la glace, $c_\mathrm{g} = 2,09\ \mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$ capacité thermique de la glace (supposée constante).

Calculer la variation d'enthalpie $\Delta\mathrm{H}$ de la masse $\mathrm{M_S}$ au cours de cette évolution.

8.3.4 Equilibre liquide-solide de l'eau.

Un calorimètre thermiquement isolé et de capacité thermique négligeable contient une masse $\mathrm{M_L} = 1,00\ \mathrm{kg}$ d'eau liquide, initialement à la température $t_2 > t_0 = 0\ ^\circ\mathrm{C}$. Une masse $\mathrm{M_S} = 1,00\ \mathrm{kg}$ de glace, initialement à la température $t_1 = -20\ ^\circ\mathrm{C}$, est ajoutée dans le calorimètre.

Données : $\ell_\mathrm{f}(\mathrm{P_0} = 1\ \mathrm{bar}, t_0) = 334\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$ chaleur latente massique de fusion de la glace, $c_\mathrm{g} = 2,09\ \mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$, $c_\mathrm{e} = 4,18\ \mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$ capacités thermiques de la glace et de l'eau (supposées constantes).

Déterminer et calculer la température minimale $t_{2\mathrm{min}}$ de la masse $\mathrm{M_L}$ d'eau liquide pour laquelle, à l'équilibre, toute l'eau est sous forme liquide.

8.3.5 Compartiment à glaçon.

Une machine frigorifique fonctionne réversiblement entre une source froide, constituée par une grande masse d'eau sous forme liquide à la température $t_0 = 0\,^\circ\mathrm{C}$, et une source chaude constituée par l'air extérieur à la température $t_1 = 20\,^\circ\mathrm{C}$. La puissance de la machine est $\mathcal{P} = 1\ \mathrm{kW}$.

Données : $c = 4,18\ \mathrm{kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$ capacité thermique de l'eau liquide, $\mathrm{L_{fus}} = 334\ \mathrm{J.g^{-1}}$ chaleur latente de fusion de l'eau.

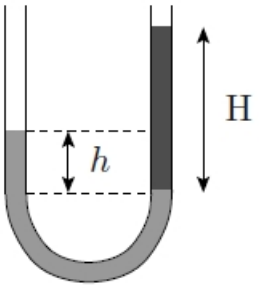
1. Exprimer et calculer le transfert thermique Q_f échangé sur une durée $\Delta t = 5\ \mathrm{min}$ par la machine avec la source froide, en supposant que sa température reste égale à $t_0 = 0\,^\circ\mathrm{C}$.

2. En déduire la masse m_g de glace formée en $\Delta t = 5\ \mathrm{min}$ par la machine.

8.4 Les inclassables de l'EPNER.

8.4.1 Tube en U. Statique des fluides incompressibles.

Un tube « en U » étant partiellement rempli d'eau, de masse volumique ρ_1, on verse doucement dans l'une des branches du tube de l'huile, de masse volumique $\rho_2 < \rho_1$, sur une hauteur H. À l'équilibre, la surface libre de l'eau est situé à la hauteur h au-dessus de l'interface eau/huile. On note A et B des points situés aux surface libres respectives de l'eau et de l'huile, et C un point situé au niveau de l'interface. La pression atmosphérique est notée P_0.



1. Écrire les relations entre les pressions P_A, P_B et P_C, en supposant que les fluides sont incompressibles.
2. En déduire la relation entre h, H, ρ_1 et ρ_2.
3. Calculer la masse volumique ρ_2 de l'huile. *Données* : $\rho_1 = 1$ kg.L^{-1}, $h = 18$ cm, $H = 20$ cm.

Cf : chapitre 6-complément I.

8.4.2 Modèle d'atmosphère.

QUESTION N° 2 (3 points)

L'air sera considéré comme un gaz parfait, et l'on admettra que l'accélération de la pesanteur $g = 10\ m/s^2$ demeure constante aux altitudes considérées.

1°- (1,5 pt) On suppose que la température T de l'atmosphère est uniforme. On désigne par n et n_0 le nombre de molécules par unité de volume aux altitudes z et z_0 (z_0 = altitude de référence).

a) Etablir les lois de variation de la densité moléculaire n et de la pression p en fonction de l'altitude z (on désignera par m la masse moyenne d'une molécule).

b) Application numérique : à quelle altitude z la pression est-elle moitié de la pression p_0 au sol ?

2°- (1,5 pt) On suppose à présent que la température varie avec l'altitude z, de sorte que la concentration moléculaire n soit constante.

a) Justifier brièvement cette hypothèse.

b) Etablir les lois de variation de la température et de la pression.

c) Application numérique : à quelle altitude z la pression est-elle moitié de la pression au sol ? Quelle est alors la température ?

On donne : température au sol : 17°C
pression au sol : $p_0 = 10^5 N/m^2$
masse molaire de l'air : M = 29 g
constante des gaz parfaits : R = 8,32 J/mole/K

FIGURE 8.10 – Enoncé EPNER 8

Cf : chapitre 6-complément I.

8.4.3 Modèle d'atmosphère à gradiant de température.

On considère un modèle atmosphérique dans lequel l'air, assimilé à un gaz parfait de masse molaire $\mathrm{M} = 29$ g.mol^{-1}, est au repos dans le champ de pesanteur uniforme g, sa température T décroissant avec l'altitude z suivant une loi linéaire du type

$$\mathrm{T}(z) = \mathrm{T}_0(1 - az)$$

où $\mathrm{T}_0 = 293$ K est la température à l'altitude $z = 0$ au niveau de la mer et a une constante positive.

1. Sachant qu'au sommet de l'Everest ($z_1 = 8\,807$ m), la température est $t_1 = -40$ °C, calculer la constante a.

2. En utilisant la relation fondamentale de la statique des fluides, établir l'équation différentielle vérifiée par le champ de pression $\mathrm{P}(z)$ à l'altitude z.

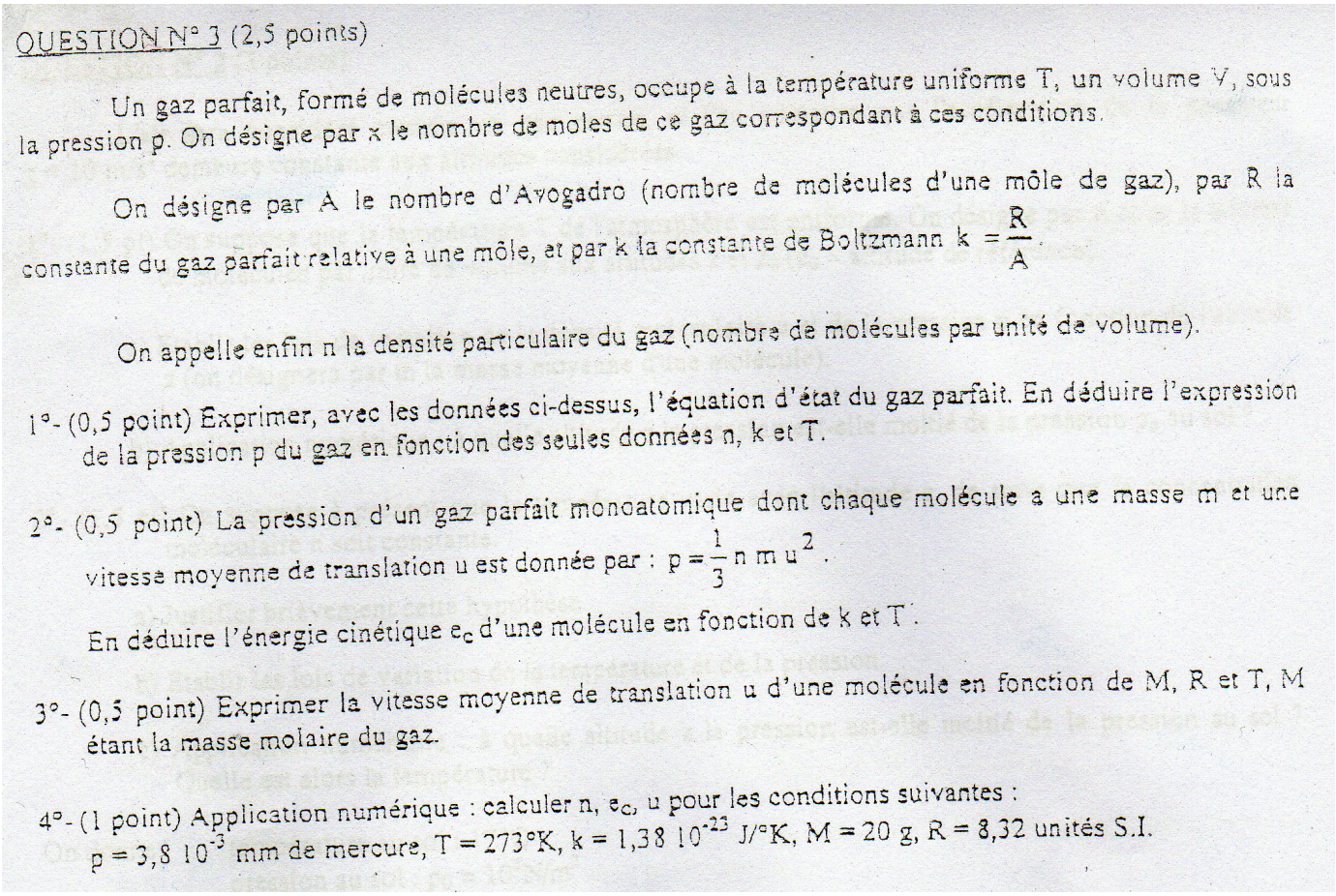
On pose $\mathrm{H} = \dfrac{\mathrm{RT}_0}{\mathrm{M}g}$.

3. Exprimer le champ de pression $\mathrm{P}(z)$ en fonction de la pression $\mathrm{P}_0 = 1$ atm au niveau de la mer, H et a.

4. Calculer la pression P_1 au sommet de l'Everest.

Cf : chapitre 6-complément I.

8.4.4 Du comportement des particules au modèle de gaz. Concours EPNER



QUESTION N° 3 (2,5 points)

Un gaz parfait, formé de molécules neutres, occupe à la température uniforme T, un volume V, sous la pression p. On désigne par n le nombre de moles de ce gaz correspondant à ces conditions.

On désigne par A le nombre d'Avogadro (nombre de molécules d'une môle de gaz), par R la constante du gaz parfait relative à une môle, et par k la constante de Boltzmann $k = \frac{R}{A}$.

On appelle enfin n la densité particulaire du gaz (nombre de molécules par unité de volume).

1°- (0,5 point) Exprimer, avec les données ci-dessus, l'équation d'état du gaz parfait. En déduire l'expression de la pression p du gaz en fonction des seules données n, k et T.

2°- (0,5 point) La pression d'un gaz parfait monoatomique dont chaque molécule a une masse m et une vitesse moyenne de translation u est donnée par : $p = \frac{1}{3} n m u^2$.

En déduire l'énergie cinétique e_c d'une molécule en fonction de k et T.

3°- (0,5 point) Exprimer la vitesse moyenne de translation u d'une molécule en fonction de M, R et T, M étant la masse molaire du gaz.

4°- (1 point) Application numérique : calculer n, e_c, u pour les conditions suivantes :
$p = 3,8\ 10^{-3}$ mm de mercure, T = 273°K, $k = 1,38\ 10^{-23}$ J/°K, M = 20 g, R = 8,32 unités S.I.

FIGURE 8.11 – Enoncé EPNER 9

Cf : chapitre 7-complément II mais l'exercice peut se faire sans avoir lu ce complément, il suffit de suivre l'énoncé.

8.4.5 Thermomètre. Concours EPNER

1. La résistance d'une thermistance vaut 33,8 $k\Omega$ à 273K, 3,16 $k\Omega$ à 333K et 0,994 $k\Omega$ à 373K. Montrer que l'on peut représenter la résistance R à la température absolue par la formule R=A.exp($\frac{B}{R*.T}$). Déterminer A et B (préciser l'unité) (R* désigne la constante des gaz parfaits).
2. On veut utiliser cette thermistance à 300K pour mesurer de très petites variations de température. Quelle est la plus petite variation de température que l'on puisse mettre en évidence sachant que l'on peut mesurer une variation relative de résistance de 10^{-4}.
   Indication : Penser à utiliser la dérivée logarithmique : passer au ln et différencier l'expression.

QUESTION N° 3 - 3,5 points

1°- La résistance d'une thermistance vaut 33,8 kΩ à 273°K, 3,16 kΩ à 333°K et 0,994 kΩ à 373°K. Montrer que l'on peut représenter la résistance R à la température absolue T par la formule : $R = A\, e^{B/T}$. Déterminer A et B. (1 point)

2°- On veut utiliser cette thermistance à 300°K pour mesurer de très petites variations de température. Quelle est la plus petite variation de température que l'on puisse mettre en évidence, sachant que l'on peut mesurer une variation relative de résistance de 10^{-4} ?
(2,5 points)

FIGURE 8.12 – Enoncé EPNER 10