Exercices de Révision d'électrostatique et magnétostatique

⋆ ⋆ ⋆

PC

Philippe Ribière

Année Scolaire 2012-2013

Chapitre 1

Electrostatique.

1.1 Deux charges identiques.

On considère deux charges identiques +q placées symétriquement par rapport à O sur l'axe x, en x=-a et x=a. Analyser les symétries du champ électrique. Calculer le champ électrique et le potentiel en 0 et en M(x=2a,y=0).
Commentaire : les symétries sont une source d'information précieuse à utiliser avant le calcul.

1.2 Deux charges de signe opposée.

On considère deux charges +q et -q placées symétriquement par rapport à O sur l'axe x, respectivement en x=-a et x=a. Analyser les symétries du champ électrique. Calculer le champ électrique et le potentiel en 0 et en M(x=2a,y=0).

1.3 Quatre charges identiques au sommet d'un carré.

On considère quatre charges identiques =q placées au sommet d'un carré de coté 2a et de centre O. Analyser les symétries du champ électrique. Calculer le champ électrique et le potentiel en 0 et en M(x=2a,y=0) puis en M(x=2a,y=0).
Si maintenant, deux charges en diagonales sont remplacées par des charges -q, que valent le champ électrique et le potentiel en 0.
Autre possibilité, partant de la situation initiale, les deux charges en y¿0 sont remplacées par des charges -q, que valent le champ électrique et le potentiel en 0 dans cette troisième configuration.

1.4 Topographie du champ électrostatique.

Que pouvez vous dire des charges q et q' dont la quatrième carte de champ est dessinée figure 1.2.

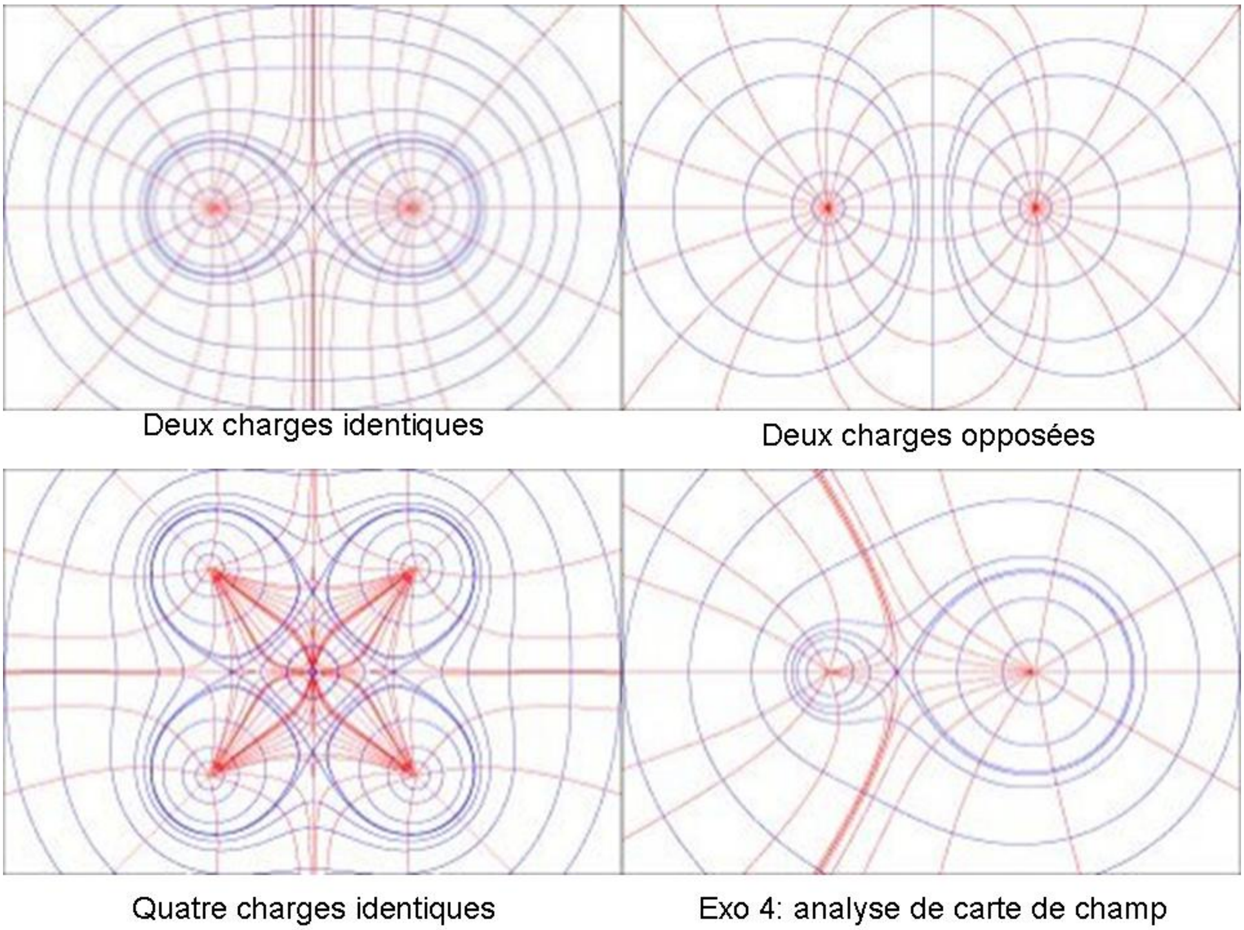


Figure 1.1 – Exercice 1, 2, 3 et 4.

1.5 Sphère isolante.

Une sphère isolante de rayon R porte une charge total +Q.

1. Sachant que les charges sont réparties uniformément en volume, définir alors la densité volumique de charge.
2. Expliciter les symétries et invariances du champ.
3. Calculer le champ électrique dans tous l'espace ($r > R$ et $r < R$)
4. Calculer le potentiel dans tous l'espace avec pour convention $V(r = \infty) = 0$

Commentaire : L'exercice de cours sans doute le plus classique avec le calcul du potentiel connaissant le champ.

1.6 Sphère conductrice.

Une sphère conductrice de rayon R porte une charge total +Q.

1. Comment se répartissent les charges dans un milieu conducteur ? Définir alors la distribution idoine de charge.
2. Expliciter les symétries et invariances du champ.
3. Calculer le champ électrique dans tous l'espace ($r > R$ et $r < R$)
4. Calculer le potentiel dans tous l'espace avec pour convention $V(r = \infty) = 0$

Commentaire : Un exercice de cours sans difficulté.

1.7 Distribution volumique dans un cylindre.

On considère un cylindre infinie de rayon R portant une charge volumique ρ.

1. Le cylindre est il conducteur ou isolant ?
2. Calculer le champ électrostatique dans tout l'espace.
3. Calculer le potentiel électrostatique dans tout l'espace. Justifier le fait qu'il subsiste une constante dans ce calcul.

Commentaire : Exercice de cours avec le calcul du potentiel connaissant le champ.

1.8 Cylindre conducteur.

Un cylindre de longueur L, de rayon R, conducteur, porte une charge total +Q.

1. Comment se répartissent les charges dans un milieu conducteur ? Définir alors la distribution idoine de charge.
2. Dans la suite, le cylindre est supposée infini (L très grande). Expliciter les symétries et invariances du champ.

3. Calculer le champ électrique dans tous l'espace ($r > R$ et $r < R$). Tracer $E_r(r)$ et commenter.
4. Calculer le potentiel dans tous l'espace avec pour convention $V(r = a) = 0$. Tracer $V(r)$ et commenter.

Commentaire : Un très grand classique de la distribution cylindrique. Dans le théorème de Gauss, seul le calcul de la charge intérieure change.

1.9 Sphère chargée et contrôle de qualité.

Une sphère isolante de rayon R, de centre 0 possède une distribution volumique de charge uniforme ρ. Malheureusement, cette sphère possède un défaut : une bulle de vide de rayon $r_0 = R/4$ est apparue dans sa formation. Cette bulle de vide, contenue dans la sphère, est centrée en un point A distant de R/2 du centre : A(x=R/2,y=0,z=0).

1. Dessiner la distribution de charge.
2. Imaginer cette distribution comme la superposition de deux distributions facilement calculable.
3. Estimer les variations de champs électriques maximales en deux points diamétralement opposés.
4. Conclure quand à la possibilité de détecter cette anomalie.

Commentaire : Cet exercice est un grand classique, il montre l'intérêt du théorème de superposition pour prendre en compte de manière simplifiée des hétérogénéités de la distribution.

1.10 Sphère isolante non uniformément chargée.

Une sphère isolante de centre 0 de rayon R porte une charge volumique non uniforme $\rho(r) = \rho_0(1 - r/R)$

1. Calculer la charge totale de la sphère.
2. Expliciter les symétries et invariances du champ.
3. Calculer le champ électrique dans tous l'espace ($r > R$ et $r < R$)
4. Calculer le potentiel dans tous l'espace avec pour convention $V(r = \infty) = 0$

Commentaire : Cet exercice est plus calculatoire mais il est important de savoir réfléchir sur une distribution de charge non uniforme simple.

1.11 Le condensateur plan.

Partie 1. Champ dans le condensateur.

1. Un plan A de surface S porte une charge surfacique σ et une charge totale Q. Trouver le lien entre σ et Q. Calculer le champ créé par ce plan, en le supposant infini et de vecteur normal $\vec{u}_z$. Commenter.

2. Un second plan B de surface S portant un charge surfacique $-\sigma$ est mis face au plan A, à une distance e ($z_A = e,\ z_B = 0$) pour former un condensateur. A l'aide d'un schéma et du principe de superposition, montrer que $\vec{E}_{int} = -\sigma/\epsilon_0 \vec{u}_Z$ et $\vec{E}_{ext} = \vec{0}$.
3. Calculer alors le potentiel à l'intérieur du condensateur, en supposant le potentiel du plan B nul (le plan B est relié à la masse).
4. Sachant que l'armature A du condensateur est amenée au potentiel U, trouver une relation entre U, Q, e, S, ϵ_0. En déduire la capacité d'un condensateur à vide.

Partie 2. Mouvement d'une particule dans le condensateur.

1. Un électron, sans vitesse initiale est arrachée de la plaque négative. Que dire du mouvement de l'électron ? Avec quelle vitesse frappe-t-il la plaque opposée ?
2. Un électron entre dans le plan médian aux deux plaques avec une vitesse v_0. Sa vitesse est elle aussi dans ce plan. Calculer la vitesse v_0 pour que l'électron parvienne à resortir du condensateur en supposant que les armatures soit de forme carrée de côté a. (Tous les effets de bords sur le champ sont négligés).

Commentaire : Cet exercice est un grand classique à maitriser absolument. Le condensateur plan et le mouvement d'une particule chargée entre les plaques d'un condensateur sont des exercices de cours.

1.12 Deux sphères chargées.

Deux sphères isolantes de rayon R, distantes de 4R, de centre 0+ et O- sur l'axe Oz, possèdent chacune une distribution volumique uniforme $\rho > 0$ pour $z < 0$. et $\rho < 0$ pour $z < 0$. Analyser les symétries et invariance d'une telle distribution.
Calculer le champ électrostatique crée loin de la distribution ? *Commentaire : Cet exercice se traite en une lige une fois la question de l'énoncé bien analysée. Que suggère (ou rappelle) le champ électrostatique calculé loin de la distribution ?*

1.13 Le fil infini uniformément chargé.

Un fil infini porte une charge linéique λ

1. Expliciter les symétries et invariances du champ.
2. A l'aide de la définition du champ électrique, calculer la composante E_r. (Projeter le champ électrique sur $\vec{u}_r$, l'intégrale numérique est calculable)
3. A l'aide du théorème de Gauss calculer le champ électrique dans tous l'espace ($r > R$ et $r < R$). Tracer $E_r(r)$ et commmenter.
4. Calculer le potentiel dans tous l'espace avec pour convention $V(r = a > R) = 0$. Tracer $V(r)$ et commmenter.

Commentaire : Cet exercice est classique. Il traite cette distribution calculable soit directement soit par le théorème de Gauss, ce qui montre la force de ce théorème.

1.14 Champ électrostatique d'un ruban infiniment long.

Un ruban plat infiniment long selon $\vec{u}_z$, de longueur 2a sur $\vec{u}_x$ (de $x = -a$ à $x = a$) porte une charge surfacique uniforme σ.

1. Etablir l'expression de $\vec{E}$ crée par un fil infini suivant $\vec{u}_z$ de charge linéïque λ.
2. En déduire l'expression de $\vec{E}$ pour le ruban en M_1 $(x = 2a, y = 0, z)$
3. En déduire l'expression de $\vec{E}$ pour le ruban en M_2 $(x = 0, y = a, z)$

Commentaire : Cet exercice est un peu plus difficile du point de vue conceptuel et calculatoire. Il faut faire le lien entre la question 1 et les suivantes, puis utiliser le théorème de superposition.

1.15 Gravitation par théorème de Gauss : Le tunnel de la taupe.

1. On considère un astre sphérique, dont la répartition de masse M est uniforme dans la sphère de rayon R. Calculer le champ gravitationnel intérieur et extérieur par l'analogue du théorème d'Ampère.
2. Une taupe décide de creuser un tunnel passant par le centre de l'astre (selon un diamètre donc) puis laisse tomber une bille dans son tunnel. Tous les frottements sont négligés. Etudier le mouvement de la bille.
3. Une taupe décide de creuser un tunnel ne passant par par le centre de l'astre (selon une corde donc) puis laisse tomber une bille dans son tunnel. Tous les frottements sont négligés. Etudier le mouvement de la bille supposée ponctuelle dans ce tunnel.

Commentaire : Cet exercice fait référence à une exploitation assez courante aux concours du théorème de Gauss. Il faut être en mesure de refaire l'analogie entre champ électrostatique et gravitationnel seul de manière pouvoir énoncer le théorème de Gauss pour ce dernier. La deuxième partie est plus fantaisiste mais donne naissance à un phénomène d'oscillations intéressant à étudier. Penser à l'approche énergétique.

Chapitre 2

Magnétostatique

2.1 Champ magnétique créé par une spire, 2 spires, N spires.

1. Considérons une spire de rayon R=10cm, parcourue par un courant i=10mA.
   Calculer le champ magnétostatique créé par cette spire en tout point de son axe de révolution.
   Calculer le champ magnétostatique créé par cette spire en son centre.
   Commenter les lignes de champ de $\vec{B}$.
2. Deux spires identiques, l'une en z=0 et l'autre en z=d=R=5cm, sont parcourues par un même courant i. Elles ont le même vecteur normal $\vec{u}_z$.
   Calculer le champ magnétostatique en tout point de l'axe z entre les deux spires.
   Comparer le champ magnétostatique en $z = d/2$ et $z = 0$.
   Cette configuration est appelée bobine d'Helmholtz.
   Dessiner qualitativement les lignes de champ de $\vec{B}$.
3. Montrer que le champ magnétostatique créé par une infinité de spires jointives sur l'axe z, sachant qu'il y a $n = \frac{N}{L}$ spires par unité de longeur est $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{u}_z = \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{u}_z$. Cette configuration s'appelle une bobine ou solénoïde.
4. A l'aide du théorème d'Ampère et du résultat ci dessus :
   (a) Montrer que le champ magnétique à l'intérieur du solénoide est uniforme et est donc égal à $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{u}_z = \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{u}_z$.
   (b) Montrer que le champ magnétique à l'extérieur du solénoide est uniforme et nul.
   (c) Commenter les lignes de champ de $\vec{B}$.

Commentaire : Cet exercice est un grand classique à maitriser absolument. Le champ créé par une spire est à savoir calculer rapidement. C'est la première question de bon nombre de sujet de concours car cette configuration est particulièrement importante. La deuxième question qui se résoud par le théorème de superposition fait référence aux bobines d'Helmholtz qui est un moyen simple d'obtenir un champ magnétostatique approximativement uniforme. Et enfin, le champ créé par un solénoide à connaître par coeur. Si la question 3 est difficile (au sens calculatoire), la question 4, elle, ne doit pas poser de problème et doit être maîtrisée.

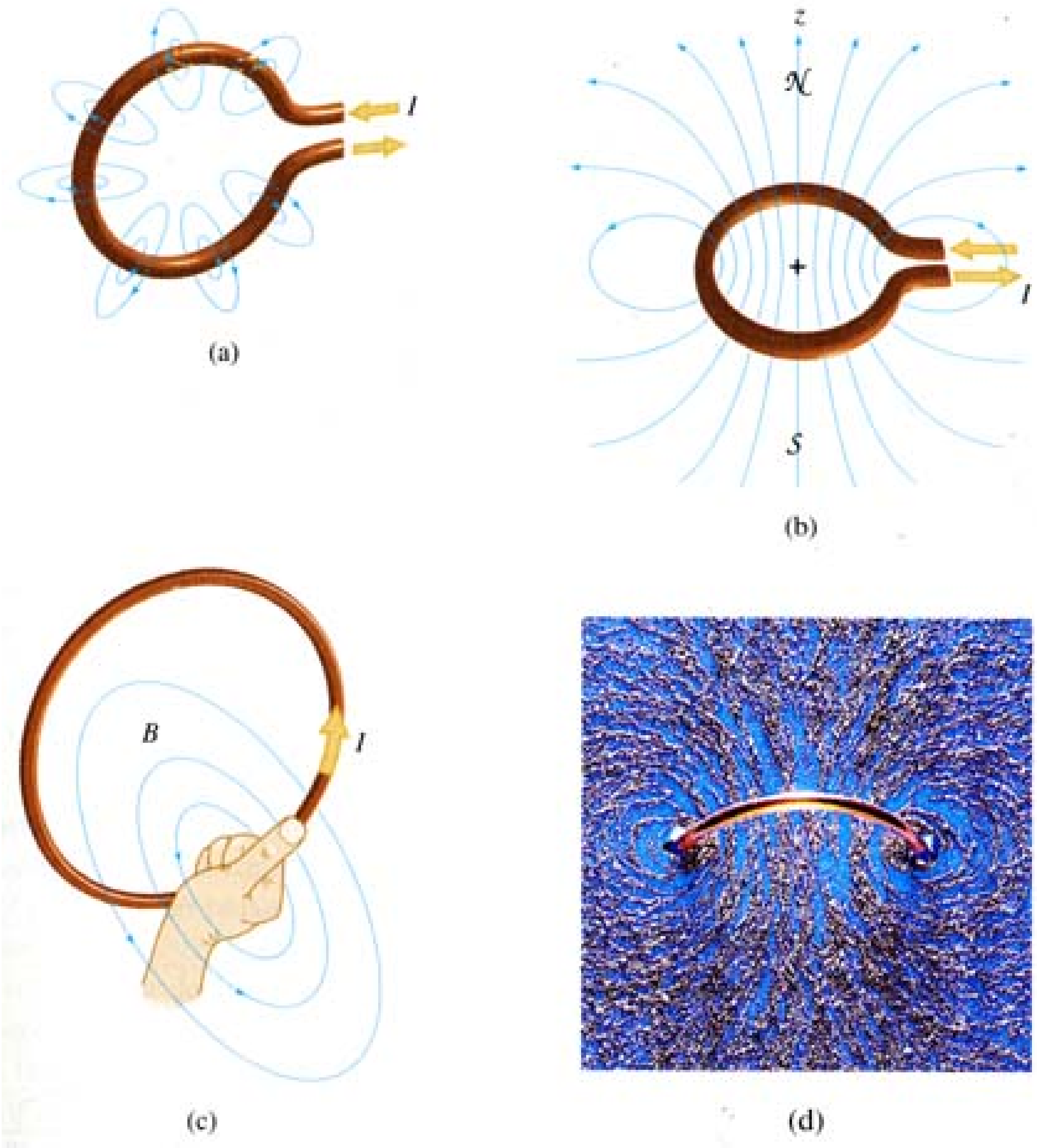
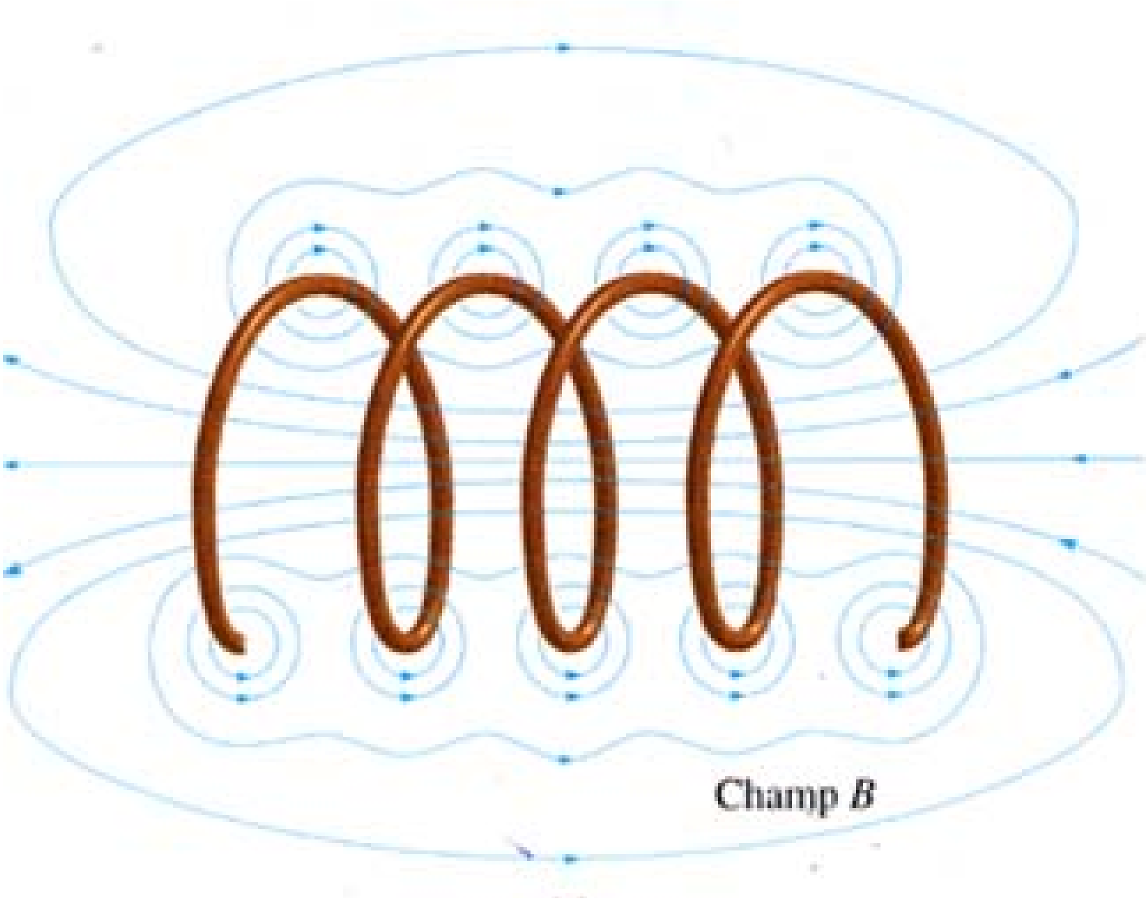
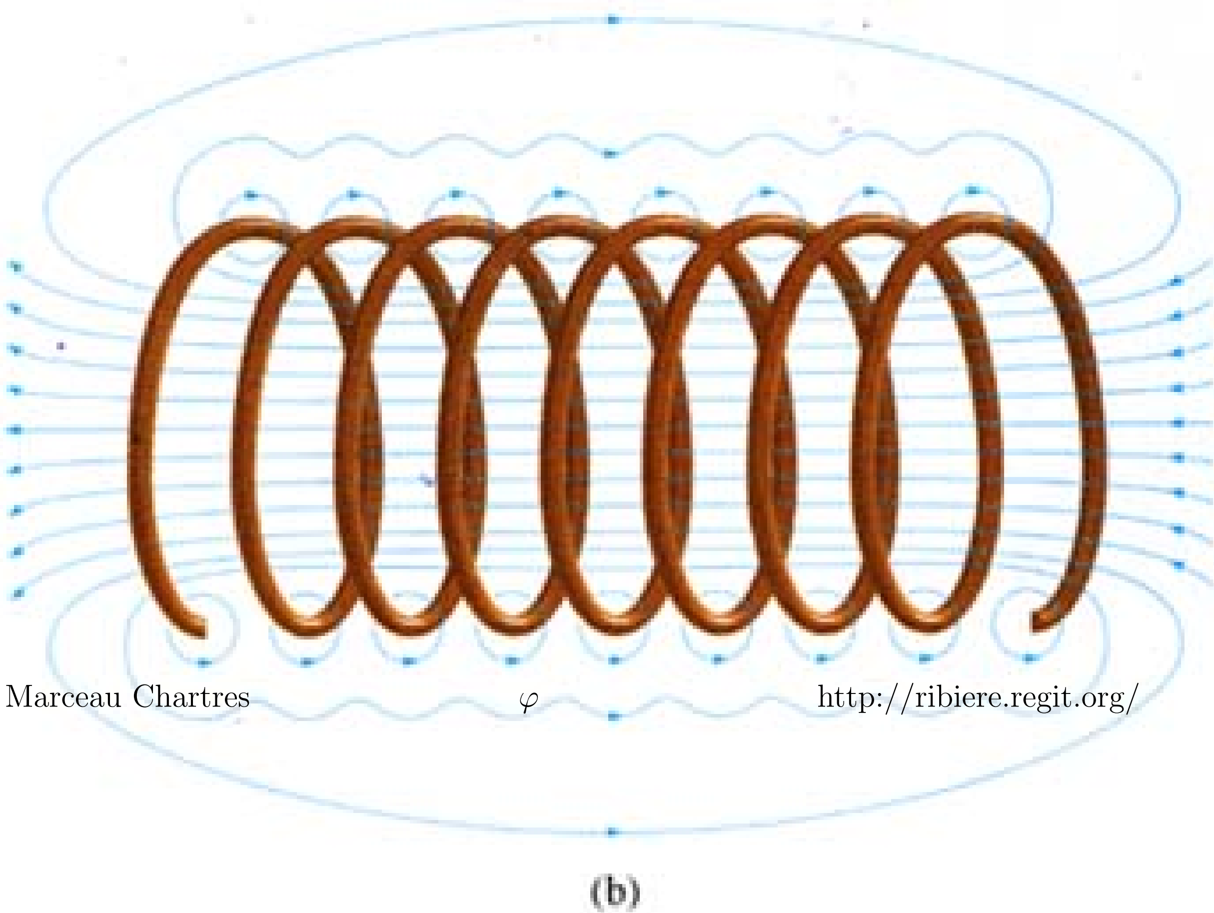


FIGURE 2.1 – Champ d'une spire.



(a)



(b)

2.2 Fil infini et nappe de courant.

On considère un fil infini d'axe z parcouru par un courant i ($i > 0$ suivant $\vec{u}_z$)

1. Calculer le champ magnétique en tout point de l'espace.

   On considère maintenant un ruban plat infiniment long selon $\vec{u}_z$, de longueur 2a sur $\vec{u}_x$ (de $x = -a$ à $x = a$), composé de N fils infinis d'axe $\vec{u}_z$, parcourus par un courant i.
2. Calculer l'expression de $\vec{B}$ pour le ruban en M_1 $(x = 2a, y = 0, z)$
   (Indication : il y a donc n=N/2a fils par unité de longueur sur le ruban)
3. En déduire l'expression de $\vec{B}$ pour le ruban en M_2 $(x = 0, y = a, z)$

Commentaire : Cet exercice repose sur le théorème de superposition. Il est cependant calculatoire.

2.3 Plan infini de courant.

1. Un plan infini confondu axe Oxy est composé de n fils infinis d'axe $\vec{u}_x$, parcourus par un courant i. ($i > 0$ selon $\vec{u}_x$). Calculer le champ magnétique en tout point de l'espace.
2. Un second plan infini en z=a est composé de n fils infinis d'axe -$\vec{u}_x$, parcourus par un courant i. ($i < 0$ selon $\vec{u}_x$). Calculer le champ magnétique total en tout point de l'espace.

Commentaire : Cet exercice propose de calculer le champ magnétique par le théorème d'Ampère sur une distribution un peu originale.

2.4 Retour sur le champ magnétique d'un solenoïde infini.

On considère un solénoide infini d'axe z, composé de n spire par unité de longueur, chaque spire étant parcourue par un courant i.

1. Montrer que le champ magnétique extérieur est uniforme.
2. Montrer que le champ magnétique intérieur est uniforme.
   On admet alors que le champ magnétique extérieur est nul (ce qui n'est nullement évident.)
3. Calculer alors la valeur du champ intérieur au solénoide.

Commentaire : Cet exercice propose une démonstration simplifiée du champ magnétique créé par un solénoide (qui doit être su par coeur). Elle repose sur l'affirmation que le champ magnétique extérier est nul (affirmation pas si intuitive que cela : la distribution de courant étant infinie, elle peut créer un champ à l'infini) et sur l'utilisation du théorème d'Ampère. Néanmoins l'avantage de cet approche est que les calculs sont simples.

2.5 Champ magnétique créé par deux spires opposées.

1. Considérons une spire de rayon R=10cm, parcourue par un courant i=10mA.
   Calculer le champ magnétostatique en tout point de l'axe z de la spire.

2. Une seconde spire de rayon R=10cm, parcourue par un courant i=10mA, de sens opposé à la première spire, est placée à une distance 2R de la première spire.
   a. Calculer le champ magnétostatique au point équidistant de l'axe z des deux spire.
   b. Calculer le champ magnétostatique en tout point de l'axe z des spires.

Commentaire : Un extrait d'oral assez simple, qui débute par le calcul du champ magnétique crée par une spire (partie à maitriser parfaitement) et ensuite sur une utilisation quasi immédiate du théorème de superposition.

2.6 Distribution volumique de courant.

On considère un fil infini d'axe z de rayon R parcouru par une densité de courant volumique $\vec{j} = j_0 \vec{u}_z$

1. Calculer le courant i circulant dans le fil.
2. Exprimer l'intégrale définissant le champ magnétique en tout point de l'espace. (Il s'agit de la loi de Biot et Savart volumique.)
3. Calculer le champ magnétique en un point de l'espace extérieur à la distribution en fonction de j_0 puis de i. Commenter.
4. Calculer le champ magnétique en un point de l'espace intérieur à la distribution en fonction de j_0.

Commentaire : Un extrait d'oral et d'écrit qui repose sur le très classique calcul du champ magnétique dans un fil infini mais cette fois ci en considérant le fil de rayon R avec un courant volumique , ce qui permet le calcul du champ magnétique pour $r < R$ et $r > R$.

2.7 Distribution surfacique de courant.

On considère un fil infini d'axe z de rayon R parcouru par une densité de courant surfacique (donc localisé à la surface du conducteur) $\vec{j_s} = j_{0\ s} \vec{u}_z$

1. Calculer le courant i circulant dans le fil.
2. Exprimer l'intégrale définissant le champ magnétique en tout point de l'espace. (Il s'agit de la loi de Biot et Savart.)
3. Calculer le champ magnétique en un point de l'espace extérieur à la distribution en fonction de $j_{0\ s}$ puis de i. Commenter.
4. Calculer le champ magnétique en un point de l'espace intérieur à la distribution en fonction de $j_{0\ s}$.

Commentaire : Un extrait d'oral, très proche du précédent, en considérant le fil de rayon R avec un courant surfacique, ce qui permet le calcul du champ magnétique pour $r < R$ et $r > R$, de le comparer à la situation précédente mais aussi de comprendre l'influence de l'effet de peau qui localise les courants au voisinage de la surface du conducteur.

2.8 Disque de Rowland.

Un disque de centre O, de rayon R, et de normale $\vec{u}_z$, portant une charge surfacique σ est mis en rotation autour de l'axe $\vec{u}_z$ à vitesse $\omega = constante$.

1. Recalculer le champ magnétostatique en tout point de l'axe z de la spire de rayon r de courant i.
2. On décompose le disque en "spires" de rayon r et d'épaisseur dr. Quel est le courant di qui circule dans cette spire ?
3. Calculer le champ magnétostatique sur l'axe z créée par la distribution.
4. Si on s'intéresse uniquement au champ magnétostatique loin du disque, proposée une autre méthode pour obtenir le champ dans tout l'espace.

Commentaire : Un extrait d'oral, difficile. Il faut parvenir à imaginer les charges mise en mouvement comme un courant dans une spire : penser à exploiter la définition du courant $i = \frac{dq}{dt}$