Exercices d'électromagnétisme.

⋆ ⋆ ⋆

PSI* - Collège Stanislas

Philippe Ribière

Année Scolaire 2014-2015

Chapitre 1

Electrostatique

1.1 Deux charges identiques

On considère deux charges identiques +q placées symétriquement par rapport à O sur l'axe x, en x=-a et x=a. Analyser les symétries du champ électrique, figure 1.1. Calculer le champ électrique et le potentiel en O(0,0) et en M(x=2a,y=0).

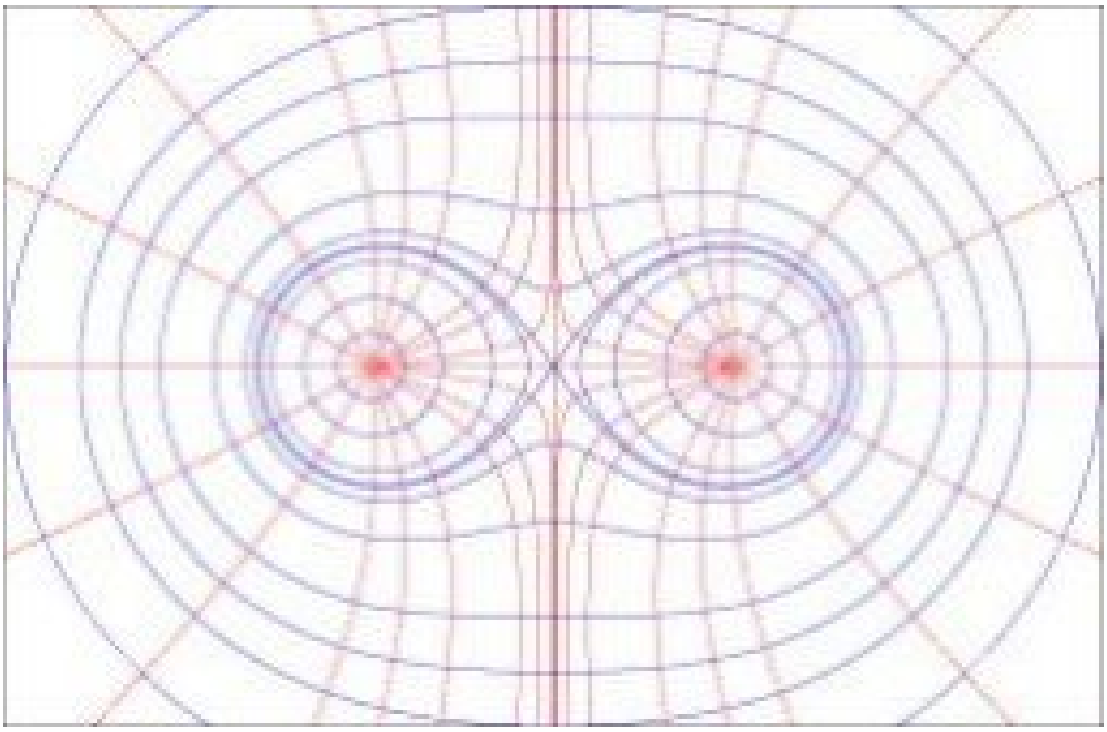

FIGURE 1.1 – Deux charges identiques.

1.2 Deux charges de signe opposée.

On considère deux charges +q et -q placées symétriquement par rapport à O sur l'axe x, respectivement en x=-a et x=a. Analyser les symétries du champ électrique, figure 1.2. Calculer le champ électrique et le potentiel en 0 et en M(x=2a,y=0).

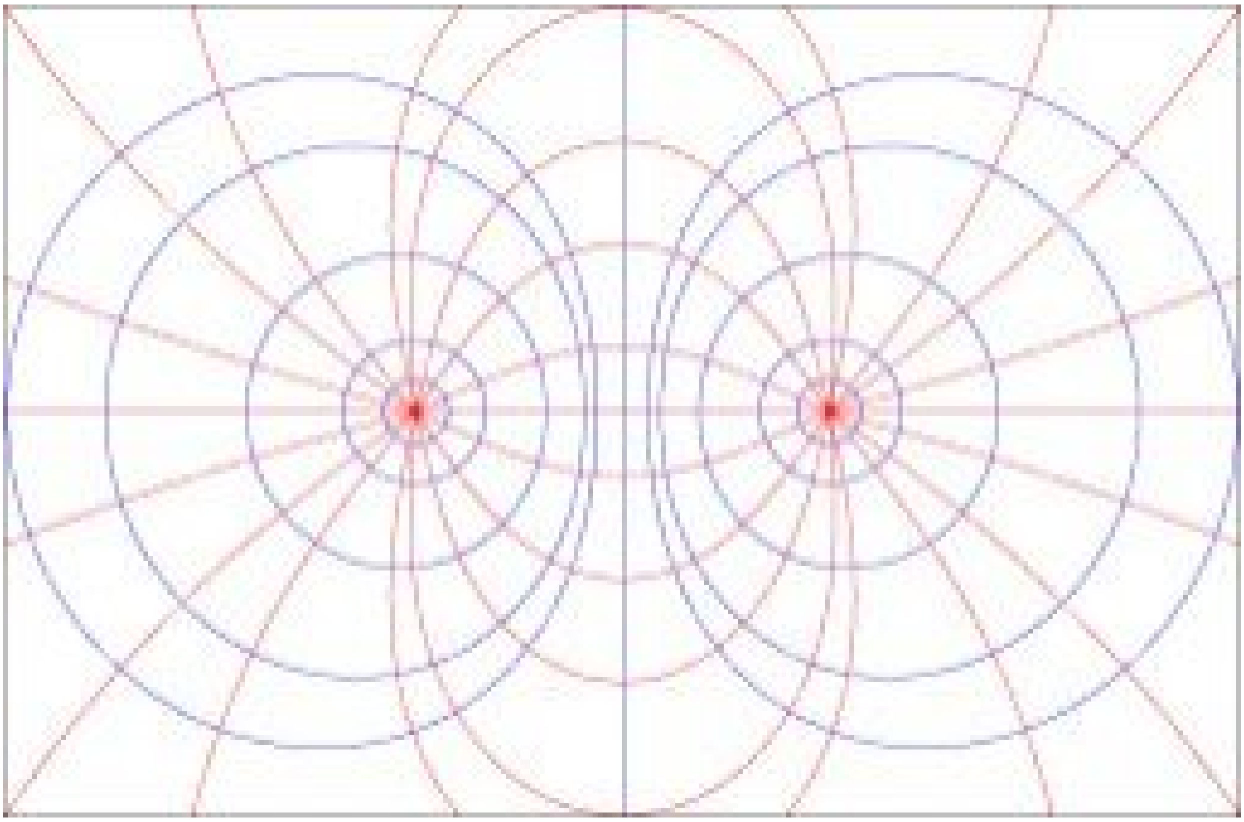

FIGURE 1.2 – Deux charges opposées.

1.3 Quatre charges identiques au sommet d'un carré.

On considère quatre charges identiques q placées au sommet d'un carré de coté 2a et de centre O. Analyser les symétries du champ électrique, figure 1.3. Calculer le champ électrique et le potentiel en 0 et en M(x=2a,y=0) puis en M(x=0,y=2a).
Si maintenant, deux charges en diagonales sont remplacées par des charges -q, que valent le champ électrique et le potentiel en 0.

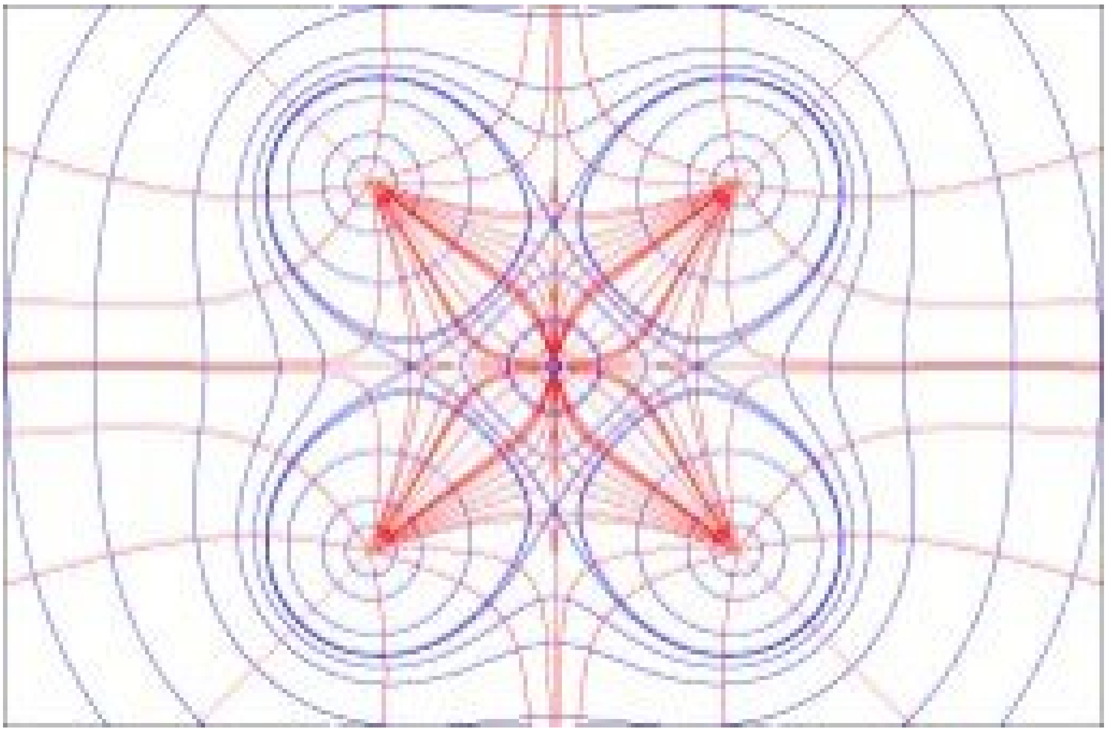

FIGURE 1.3 – Quatre charges au sommet d'un carré.

1.4 Le condensateur plan : approche locale.

Partie 1. Champ dans le condensateur.

1. Un plan conducteur A de surface S, de vecteur normal $\vec{u}_z$, porte une charge surfacique σ et une charge totale Q. Il est au potentiel U.
   Un second plan conducteur B de surface S portant un charge surfacique $-\sigma$ est mis en regard du plan A, à une distance e ($z_A = e,\ z_B = 0$) pour former un condensateur. Cette seconde armature est au potentiel 0.
   Les effets de bords sont négligés ce qui revient à supposer les plans infinis de vecteur normal $\vec{u}_z$.
   Trouver l'équation dont est solution le potentiel électrostatique en tout point dans le domaine E de l'espace privé des armatures.
2. Calculer le potentiel électrostatique dans le domaine E.
3. Calculer le champ électrostatique dans le domaine E.
4. A l'aide de la relation de passage, déterminer le lien entre Q et U.
5. En déduire la capacité du condensateur sphérique.

Partie 2. Mouvement d'une particule dans le condensateur.

1. Un électron, sans vitesse initiale est arrachée de la plaque négative. Que dire du mouvement de l'électron ? Avec quelle vitesse frappe-t-il la plaque opposée ?
2. Un électron entre dans le plan médian aux deux plaques avec une vitesse v_0. Sa vitesse est elle aussi dans ce plan. Calculer la vitesse v_0 pour que l'électron parvienne à resortir du condensateur en supposant que les armatures soit de forme carrée de côté a. (Tous les effets de bords sur le champ sont négligés).

1.5 Sphère conductrice, condensateur sphérique.

Une sphère conductrice de rayon R porte une charge total $-Q$.

1. Comment se répartissent les charges dans un milieu conducteur ? Définir alors la distribution idoine de charge.
2. Expliciter les symétries et invariances du champ.
3. Calculer le champ électrique dans tous l'espace ($r > R$ et $r < R$)
4. Calculer le potentiel dans tous l'espace avec pour convention $V(r = \infty) = 0$
5. Expliquer alors en quelques mots le principe d'une cage de Faraday.

6. Une seconce sphère conductrice, creuse de rayon 2R, concentrique à la sphère étudiée ci avant, est placée tout autour de la première sphére. Par influence, elle porte une charge $+Q$. Calculer la répartition de charge adaptée pour décrire cette seconde sphère.
7. Calculer le champ électrique totale dans tout l'espace.
8. En déduire la capacité du condensateur sphérique.

1.6 Sphère chargée et contrôle de qualité.

Une sphère isolante de rayon R, de centre 0 possède une distribution volumique de charge uniforme ρ. Malheureusement, cette sphère possède un défaut : une bulle de vide de rayon $r_0 = R/4$ est apparue dans sa formation. Cette bulle de vide, contenue dans la sphère, est centrée en un point A distant de R/2 du centre : A(x=R/2,y=0,z=0).

1. Dessiner la distribution de charge.
2. Imaginer cette distribution comme la superposition de deux distributions facilement calculables.
3. Estimer les variations de champs électriques maximales (entre deux points)
4. Conclure quand à la possibilité de détecter cette anomalie.

1.7 Cylindre isolant non uniformément chargé.

Un cylindre isolant d'axe 0z de rayon R porte une charge volumique non uniforme $\rho(r) = \rho_0(1 - r/R)$

1. Expliciter les symétries et invariances du champ.
2. Calculer le champ électrique dans tous l'espace ($r > R$ et $r < R$)
3. Calculer le potentiel dans tous l'espace avec pour convention $V(r = \infty) = 0$

1.8 Le fil infini uniformément chargé.

Un fil infini porte une charge linéique λ

1. Expliciter les symétries et invariances du champ.
2. A l'aide de la définition du champ électrique, calculer la composante E_r. (Projeter le champ électrique sur $\vec{u}_r$, l'intégrale numérique est calculable)
3. A l'aide du théorème de Gauss calculer le champ électrique dans tous l'espace ($r > R$ et $r < R$). Tracer $E_r(r)$ et commmenter.
4. Calculer le potentiel dans tous l'espace avec pour convention $V(r = a > R) = 0$. Tracer $V(r)$ et commmenter.

1.9 Champ électrostatique d'un ruban infiniment long.

Un ruban plat infiniment long selon $\vec{u}_z$, de longueur 2a sur $\vec{u}_x$ (de $x = -a$ à $x = a$) porte une charge surfacique uniforme σ.

1. Etablir l'expression de $\vec{E}$ crée par un fil infini suivant $\vec{u}_z$ de charge linéïque λ.
2. En déduire l'expression de $\vec{E}$ pour le ruban en M_1 ($x = 2a, y = 0, z$)
3. En déduire l'expression de $\vec{E}$ pour le ruban en M_2 ($x = 0, y = a, z$)

`Réponse: 3.`$\vec{E}(M_1) = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0}\ln(3)\vec{u}_x$ `et 4.`$\vec{E}(M_2) = \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0}\arctan(1)\vec{u}_y$

1.10 Le tunnel de la taupe.

1. On considère un astre sphérique, dont la répartition de masse M est uniforme dans la sphère de rayon R. Calculer le champ gravitationnel intérieur et extérieur.
2. Une taupe décide de creuser un tunnel passant par le centre de l'astre (selon un diamètre donc) puis laisse tomber une bille dans son tunnel. Tous les frottements sont négligés. Etudier le mouvement de la bille.
3. Une taupe décide de creuser un tunnel ne passant par par le centre de l'astre (selon une corde donc) puis laisse tomber une bille dans son tunnel. Tous les frottements sont négligés. Etudier le mouvement de la bille.

FIGURE 1.4 – La taupe.

1.11 Piège électrostatique : approche locale.

Une zone E de l'espace, vide de charge, est soumise à un potentiel électrostatique $V(x, y, z) = ax^2 + ay^2 + bz^2 \ \ \forall(x, y, z) \in E$ afin de réaliser un piège électrostatique en O(0,0,0).

1. Trouver le lien entre a et b.
2. Reexprimer alors la constante a en fonction d'un potentiel V_0 et d'une distance caractéristique d.
3. Calculer la champ électrostatique dans la zone E.
4. Discuter la possibilité de pièger une particule chargée en 0.
   Pour en savoir plus sur l'histoire des pièges de particules chargées : piège électrostatique.

1.12 Etude du champ électrostatique en coordonnées cylindriques.

Une zone E de l'espace, vide de charge, est soumise à champ électrostatique $\vec{E}(r, \theta, z) = \frac{A}{r}\vec{u}_r$ à symétrie cylindrique.

1. Dessiner les lignes de champ électrostatique.
2. Sachant que pour un champ radial, div s'exprime div$\vec{E} = \frac{1}{r}\frac{\partial r.E_r(r)}{\partial r}$, vérifier l'équation de Maxwell Gauss.
3. En faisant un bilan entre deux cylindres distants de dr, retrouver le résultat ci dessus.
4. Sachant que ce champ est crée par un fil infini infiniment chargé, calculer la charge linéique uniforme. (Le fil est hors de la zone E, à la frontière de E)
5. Calculer le potentiel en tout point de l'espace.
6. Calculer $\vec{\text{rot}}\vec{E}$.